

分类号: TN929.53

单位代码: 10335

密 级: 公开

学 号: 11631052

浙江大学

博士学位论文



中文论文题目: 智能反射面辅助的无线通信系统
协同传输理论与方法研究

英文论文题目: Cooperative transmission theory and
methods for Intelligent Reflecting
Surface Aided Wireless Communications

申请人姓名: 胡小玲

指导教师: 钟财军

专业名称: 信息与通信工程

研究方向: 无线通信

所在学院: 信息与电子工程学院

论文提交日期 2021年6月4日

智能反射面辅助的无线通信系统
协同传输理论与方法研究



论文作者签名: 胡小玲

指导教师签名: 俞时军

论文评阅人1: 匿名

评阅人2: 匿名

评阅人3: 匿名

评阅人4: 匿名

评阅人5: 匿名

评阅人6: 匿名

答辩委员会主席: 张宏纲 教授 浙江大学信电学院

委员1: 王玮 教授 浙江大学信电学院

委员2: 王作佳 高级 浙江大学信电学院

委员3: 黄崇文 高级 浙江大学信电学院

委员4: 彭亮 教授 杭州电子科技大学

答辩日期: 2021年5月27日

Cooperative transmission theory and

methods for Intelligent Reflecting

Surface Aided Wireless Communications



Author's signature: Xiaoling Hu

Supervisor's signature: Caijun Zhong

External Reviewers: Anonymous
Anonymous
Anonymous
Anonymous
Anonymous

Examining Committee Chairperson:

Prof. Honggang Zhang Zhejiang University

Examining Committee Members:

Prof. Wei Wang Zhejiang University

Prof. Zuojia Wang Zhejiang University

Prof. Chongwen Huang Zhejiang University

Prof. Liang Peng Hangzhou Dianzi University

Date of oral defence: 2021年5月27日

浙江大学研究生学位论文独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得 浙江大学 或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名：胡小玲

签字日期：2021年6月11日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解 浙江大学 有权保留并向国家有关部门或机构送交本论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权浙江大学可以将学位论文的全部或部分内 容编入有关数据库进行检索和传播，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本授权书)

学位论文作者签名：胡小玲

导师签名：钟财军

签字日期：2021年6月11日

签字日期：2021年6月11日

致 谢

时光荏苒，岁月如梭，转眼间五年过去了。五年前本科毕业，如今即将完成博士学业，不禁感慨万千。

首先，我要感谢我的导师，钟财军教授。钟老师思维清晰，遇到问题总能鞭辟入里，有着敏锐的眼光，给我指出最优的方向。他真实，以最严谨的态度面对科研上的难题；他真诚，在我困难的时候给予我帮助。他温和，希望我在表扬与鼓励中进步。回首五年的时光中，钟老师渊博的专业知识，严谨的治学态度，精益求精的工作作风，毁人不倦的高尚师德，平易近人的崇高风范，对我影响深远。我的每一点进步都包含着老师的无数心血。总之，能成为钟老师的学生是我最大的幸运，钟老师对我的教诲，将令我受益终身。

其次，我要感谢在新加坡国立大学交流期间的导师Zhang Rui教授，张老师在我国外交流期间，给予了我悉心的指导。在我们共同合作的文章中，张老师总能够深入到每一个细节，严谨的对待每一个小问题，时常能给我带来一些新的灵感。张老师严谨、勤奋、孜孜不倦，是我求学路上的又一盏明灯，虽然赴新加坡交流的时间只有短短一年，但张老师的教诲使我受益匪浅。

另外，我要感谢陈晓明老师、孔垂丽师姐、梁晗师兄、姜鑫师兄、赵斐然师兄给予了我学术上的指点。感谢我的同学和朋友：胡希、李丽莉、陶琴、黄春梅、沈梦霞、陈江涛、李殊昭、张凯、黄强、陈璐等，感谢他们陪伴我一起玩耍、学习和成长。当然，也要感谢实验室的师弟师妹们：李义浩、王俊伟、符睿强、易雪梅、高佳宝、张介之、甘旭、陈瀚文、刘玉顶、张茂俊，感谢他们给我带来了许多欢声笑语。同时也要感谢在外求学期间的好友杨丽华、陆瑞、唐小伟、张硕文、尤昌盛、武庆庆、郑倍雄等，有了他们的存在，让我在异国他乡同样也能感受到家的温暖。

最后，我要感谢我的父母，父母的关心和爱护，一直是我求学之路上最大的动力。他们勤劳善良，朴实无华，为我提供了一个坚固的港湾。同时也要感谢男朋友陈阳一直以来的关心和支持。

胡小玲

2021年4月于求是园

摘 要

实现超可靠无线通信的根本挑战来自于无线信道的时变特性。传统的方法主要从收发机的设计入手，因此难以有效应对复杂多变的无线传播环境。智能反射面（Intelligent Reflecting Surface, IRS）可以实现智能可控的无线信道/无线电传播环境，因此已成为未来第六代移动通信（The 6th Generation, 6G）系统的关键候选技术。通过适当地调整反射元的相移，IRS可以实现对有效传播信道的实时调控，从而显著增强终端的接收信号功率。然而，由于IRS本身的特殊结构，IRS辅助的无线通信也面临着诸多新的挑战，特别是：1) 如何以较低的导频训练开销获取信道状态信息（Channel State Information, CSI）；2) 如何设计低复杂度的波束赋形方案以联合优化IRS的无源波束和基站（Base Station, BS）的有源波束。本文围绕上述挑战开展深入研究，取得了若干创新性研究成果，简述如下：

首先，针对IRS辅助的无线通信，设计了一种新型的半无源反射元辅助的信道估计框架，通过利用少量具有信号处理能力的反射元来解决IRS信道估计开销大的难题。首先采用信号参数估计旋转不变技术（Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT）估计BS-IRS信道，然后结合使用总最小二乘（Total Least Square, TLS）ESPRIT和多信号检测（Multiple Signal Classification, MUSIC）方法估计用户-IRS信道。结果表明，所提出的信道估计方案需要的导频训练时间与IRS反射元的数量无关，因此极大地减少了导频训练开销。同时，所提方案的信道估计准确度远远优于传统的基于压缩感知（Compressed Sensing, CS）的信道估计方案以及基于级联信道的估计方案。

其次，针对IRS辅助的单用户系统，设计了不同CSI条件下的波束赋形方案，包括统计CSI、部分CSI（即角度信息）以及不完美CSI。首先，为了避免获取瞬时CSI需要的高导频开销，提出了一种基于统计CSI的波束设计框架，利用统计CSI进行BS有源波束和IRS无源波束的联合设计。所提出的波束赋形方案不仅具有较低的复杂度，而且达到了与采用瞬时CSI的基准算法相近的性能。更进一步，提出了一种基于部分CSI（即角度域）的设计框架，以极低的导频开销估计出信道的角度信息，进而设计了低复杂度的波束赋形方案，并推导出用户可达速率的闭合表达式。在此基础上，评估了BS天线数量以及IRS部署位置对角度估计的影响，并揭示了使用部分CSI（即角度信息）进行波束赋形设计所带来的功率

增益。此外，考虑由于位置不确定性导致的信道估计误差，提出了一种基于不完美CSI的鲁棒性波束设计框架。通过联合设计BS的有源波束和IRS的无源波束，最小化最差用户服务质量（Quality of Service, QoS）约束下的BS发射功率。利用交替优化、泰勒展开、S-procedure以及半正定松弛（Semi-Definite Relaxing, SDR）等技术，将联合优化问题转化为一系列便于求解的半正定规划（Semi-Definite Programming, SDP）子问题。仿真结果表明，所提出的鲁棒性波束赋形算法能够有效地提高用户通信的可靠性。

最后，将IRS辅助的单用户系统扩展至IRS辅助的多用户系统，包括广播系统和多播系统。首先，针对多IRS辅助的广播系统，提出了一种新颖的位置信息辅助的信道估计和波束赋形设计框架，有效降低了导频开销以及波束设计的复杂度。进而推导获得了系统可达速率的闭合表达式，由此揭示了位置不确定性、IRS部署位置以及用户部署位置对可达速率的影响。另外，针对IRS辅助的多播系统，考虑了更实际的有限相移精度的IRS模型，并提出了一种新颖的基于无源波束训练的设计框架，所提出的波束训练方案不仅复杂度低、导频训练开销小，而且具有与穷举搜索法相近的性能。在此基础上，推导出可达速率的闭合表达式，进而设计了渐进最优的功率分配策略。

关键词： 智能反射面，信道估计，波束赋形，功率控制，性能分析

Abstract

The fundamental challenge for achieving ultra-reliable wireless communications arises from the time-varying wireless channels. Traditional approaches for tackling this challenge have been limited to transmission design at transceivers, which are unable to effectively deal with complex time-varying propagation environments. Intelligent reflecting surface (IRS) can achieve smart and reconfigurable wireless channels/radio propagation environment, and thus has become a key candidate technology for the 6th generation (6G) wireless communication systems. By properly adjusting its phase shifts, IRS can enhance the desired signal power at the receiver. However, due to the special architecture of IRS, IRS-assisted wireless communications faces many new challenges, mainly including: 1) how to acquire channel state information (CSI) with low training overhead; 2) how to jointly design passive beamforming at the IRS and active beamforming at the base station (BS) with low complexity. Hence, focusing on the aforementioned challenges, this thesis conducts a very intensive study and obtains a number of innovative results as follows:

First, a novel semi-passive elements-aided channel estimation framework is designed for IRS-aided communications, where a small portion of IRS reflecting elements with the capability of processing the received signals are utilized to reduce training overhead. Specifically, the BS-IRS channel is estimated by applying the estimation of signal parameters via rotational invariance technique (ESPRIT), while the user-IRS channels are estimated by combining the use of total least square (TLS) ESPRIT and multiple signal classification (MUSIC) methods. The required training time of the proposed channel estimation scheme is irrelevant to the number of IRS reflecting elements, thus substantially reducing the training overhead. Moreover, our proposed scheme has great advantages over both the conventional compressed sensing (CS)-based channel estimation and cascaded channel estimation schemes in terms of channel estimation accuracy.

Secondly, for the IRS-assisted single-user system, beamforming schemes under different CSI conditions are designed, including statistical CSI, partial CSI (i.e., angle information), and imperfect CSI. First, to avoid high training overhead caused by the acquisition of instantaneous CSI, a

statistical CSI based design framework is proposed, where statistical CSI is exploited for the joint design of BS transmit beamforming and IRS beamforming. The proposed beamforming schemes not only have much lower complexity, but also achieve similar performance as the benchmark algorithm requiring instantaneous CSI. Furthermore, an angle-domain design framework is proposed, where angle information is estimated with extremely low training overhead and then used for low-complexity beamforming design. Also, a closed-form expression for the achievable rate is derived. The analysis of the angle estimation error reveals the impacts of BS antenna number and IRS locations on the estimation accuracy, while the analysis of the achievable rate reveals the power gain brought by the use of partial CSI (i.e., angle information) for beamforming design. In addition, considering the channel estimation error caused by location uncertainty, a robust beam design framework based on imperfect CSI is proposed. By jointly designing the active beamforming at the BS and passive beamforming at the IRS, we aim to minimize the transmit power subject to the worse-case quality of service (QoS) constraint. By utilizing techniques of alternating optimization, Taylor expansion, S-Procedure and semi-definite relaxing (SDR), the joint optimization problem is transformed into a sequence of easy-to-solve semi-definite programming (SDP) sub-problems. The simulation results show that the proposed robust beamforming algorithm can effectively improve the reliability of user communication.

Finally, the IRS-assisted single-user system is extended to IRS-assisted multi-user systems, including broadcast systems and multicast systems. For the multi-IRS-assisted broadcast system, a novel location-aided channel estimation and beamforming design framework is proposed, which effectively reduces the training overhead of channel estimation and the complexity of beamforming design. Furthermore, a closed-form expression of the achievable rate is derived, which reveals for the first time the impacts of location uncertainty, IRS deployment locations, and user locations on the achievable rate. Finally, an optimal power allocation scheme has been proposed to further improve the system performance. For the IRS-assisted multicast system, we consider a practical phase shift model with limited resolution, and propose a novel beam training-based design framework, where the beam training method achieves comparable performance as the exhaustive beam searching method but with much lower complexity and training overhead. Furthermore, the closed-form expression for the achievable rate is derived. In addition, for certain asymptotic scenario, closed-form solutions are obtained for the optimal power allocation scheme.

Keywords: IRS, channel estimation, beamforming, power control, performance analysis

插 图

1.1	IRS的典型体系结构	3
1.2	大规模MIMO对比IRS辅助的中小型MIMO.....	4
1.3	现有异构网络对比IRS辅助的混合网络	4
1.4	无源IRS的传输机制	6
1.5	半无源IRS的传输机制	8
1.6	研究工作概览.....	15
2.1	半无源IRS协助的多用户系统	20
2.2	传输机制.....	22
2.3	微表面示意图.....	25
2.4	辅助子表面示意图.....	28
2.5	仿真设置示意图(俯视图).....	30
2.6	基于ESPRIT的信道估计方案对比基于CS的信道估计方案	32
2.7	训练时间对MSE的影响	33
2.8	基于ESPRIT的信道估计方案对比基于LMMSE的信道估计方案	34
2.9	训练时间分配的影响.....	35
3.1	系统模型.....	38
3.2	遍历容量上界的紧密性验证.....	43
3.3	算法1的收敛性验证.....	44
3.4	波束赋形算法在莱斯衰落情况下的性能.....	45
3.5	波束赋形算法在瑞利衰落情况下的性能.....	45
3.6	莱斯衰落和瑞利衰落情况的对比.....	46
4.1	系统模型.....	48
4.2	ML估计器的性能.....	61

4.3	IRS-用户角度估计的性能	62
4.4	波束赋形算法的收敛性	62
4.5	波束赋形算法的性能	63
4.6	反射元数量对BS波束方向图的影响	63
4.7	不同设置下的用户可达速率	64
5.1	IRS辅助的MISO系统	66
5.2	鲁棒性波束赋形方案的性能	75
5.3	不同设置下的BS发射功率	75
6.1	多IRS辅助的多用户系统	78
6.2	不同设置下的系统和速率	90
6.3	IRS部署方向对和速率的影响	91
6.4	IRS部署位置对和速率的影响	92
6.5	反射元数量对和速率的影响	92
6.6	天线数量对和速率的影响	93
6.7	莱斯因子对和速率的影响	93
6.8	波束赋形方案的性能	94
7.1	基于IRS辅助发射机的多播系统	96
7.2	无源波束训练方案的性能	107
7.3	IRS辅助的多播系统的多播速率	107
7.4	反射系数幅度的影响	108
7.5	RF链路数量的影响	108
7.6	反射元数量的影响	109
7.7	相移精度的影响	110
7.8	用户数量的影响	110
7.9	IRS辅助的多播系统对比传统多天线多播系统	111

缩略词列表

缩略词	英文全称	中文全称
5G	The 5th Generation	第五代移动通信
6G	The 6th Generation	第六代移动通信
AF	Amplify-and-Forward	放大转发
AP	Access Point	接入点
AoA	Angle of Arrival	到达角
AoD	Angle of Departure	出发角
AWGN	Additive White Gaussian Noise	加性高斯白噪声
BER	Bit Error Rate	误比特率
BS	Base Station	基站
CS	Compressed Sensing	压缩感知
CSI	Channel State Information	信道状态信息
DAC	Digital-to-Analog Converter	数模转换器
DF	Decode-and-Forward	解码转发
DFT	Discrete Fourier Transform	离散傅里叶变换
eMBB	Enhanced Mobile Broadband	增强移动宽带
FBSS	Forward-Backward Spatial Smoothing	前向-后向空间平滑
FD	Full Duplex	全双工
FDD	Frequency Division Duplex	频分双工
FPGA	Field-Programmable Gate Array	可编程门阵列
GPS	Global Positioning System	全球定位系统
IRS	Intelligent Reflecting Surface	智能反射面
LMMSE	Linear Minimum Mean Squared Error	线性最小均方误差
LoS	Line-of-Sight	视距
MF	Matched Filter	匹配滤波器

缩略词	英文全称	中文全称
MIMO	Multiple Input Multiple Output	多输入多输出
MISO	Multiple Input Single Output	多输入单输出
ML	Maximum Likelihood	最大似然
MMSE	Minimum Mean Square Error	最小均方误差
mMTC	Massive Machine-Type Communication	大规模机器通信
mmWave	Millimeter Wave	毫米波
MRC	Maximum Ratio Combining	最大比合并
MSE	Mean Squared Error	均方误差
MUSIC	Multiple Signal Classification	多信号检测
NLoS	Non-Line-of-Sight	非视距
NOMA	Non-Orthogonal Multiple Access	非正交多址接入
NP	Non-Deterministic Polynomial	非确定项多项式
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing	正交频分复用
PDF	Probability density function	概率密度函数
QMI	Quadratic Matrix Inequality	二次矩阵不等式
QoS	Quality of Service	服务质量
RF	Radio Frequency	射频
SDP	Semi-Definite Programming	半正定规划
SDR	Semi-Definite Relaxing	半正定松弛
SINR	Signal-to-Interference plus Noise Ratio	信干噪比
SNR	Signal-to-Noise Ratio	信噪比
SOCP	Second-Order Cone Programming	二阶锥规划
SVD	Singular Value Decomposition	奇异值分解
SWIPT	Simultaneous Wireless Information	无线信号和能量同时传输
TDD	Time Division Duplex	时分双工
TDMA	Time Division Multiple Access	时分多址
THz	Terahertz	太赫兹
TLS	Total Least Square	总最小二乘
ULA	Uniform Linear Array	均匀线阵
URA	Uniform Rectangular Array	均匀矩形阵列
URLLC	Ultra-Reliable and Low Latency Communication	超高可靠超低时延通信

符号对照表

符号	表示含义	符号	表示含义
a	标量 a	$[\mathbf{A}]_{ij}$	矩阵第 i 行第 j 列元素
\mathbf{a}	向量 \mathbf{a}	$\text{diag}(\mathbf{A})$	对角阵操作
\mathbf{A}	矩阵 \mathbf{A}	$\text{vec}(\cdot)$	矩阵向量化
$(\cdot)^T$	转置	\otimes	Kronecker 积运算
$(\cdot)^*$	共轭	$\mathbb{C}^{M \times K}$	复数域上 $M \times N$ 矩阵
$(\cdot)^H$	共轭转置	$\mathbb{R}^{M \times K}$	实数域上 $M \times N$ 矩阵
$(\cdot)^{-1}$	矩阵的逆	\mathbf{I}_K	$K \times K$ 的单位矩阵
$\text{tr}(\cdot)$	矩阵的迹	$\min(\cdot)$	取最小值运算
$\text{Var}(\cdot)$	方差	$\max(\cdot)$	取最大值运算
$\mathbb{E}\{\cdot\}$	数学期望	$\mathcal{CN}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$	复高斯分布
\cdot	点积运算	$\ \cdot\ $	欧式范数
$ \cdot $	绝对值	\odot	Hadamard 乘积
\rightarrow	趋近于	$\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$	高斯分布
$\ \cdot\ _p$	p 范数	∇	梯度运算
$\text{Re}(\cdot)$	取实部	\mathbb{H}^m	$m \times m$ Hermitain 矩阵
\mathcal{O}	复杂度	\mathbb{S}_+^N	$N \times N$ 半正定 Hermitain 矩阵
$\text{rank}(\cdot)$	矩阵的秩	$\mathbf{1}_N$	N 维全1向量

目 录

致谢	I
摘要	III
Abstract	V
插图	VII
缩略词列表	IX
符号对照表	XI
目录	
第一章 绪论	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 智能反射面技术.....	2
1.2.1 概念	2
1.2.2 机遇	3
1.2.3 挑战	4
1.3 研究现状.....	5
1.3.1 信道估计	5
1.3.2 波束赋形	9
1.4 论文主要创新点.....	15
1.5 论文结构安排.....	17
第二章 半无源反射元协助的智能反射面系统的信道估计	19
2.1 引言.....	19
2.2 系统模型和传输机制.....	20
2.2.1 系统模型	20
2.2.2 传输机制	21
2.3 信道估计.....	22

2.3.1	阶段1: 估计BS-IRS信道.....	23
2.3.2	阶段2: 估计用户-IRS信道.....	26
2.4	仿真结果.....	30
2.4.1	对比基于CS的信道估计方案.....	30
2.4.2	对于基于LMMSE的级联信道估计方案.....	31
2.5	本章小结.....	35
第三章	基于统计CSI的IRS辅助的无线通信系统	37
3.1	引言.....	37
3.2	系统模型.....	37
3.3	有源波束和无源波束的联合设计.....	39
3.3.1	莱斯衰落.....	40
3.3.2	瑞利衰落.....	42
3.4	仿真结果.....	43
3.5	本章小结.....	46
第四章	基于角度域的IRS辅助的无线通信系统	47
4.1	引言.....	47
4.2	系统模型.....	48
4.3	角度信息获取.....	50
4.4	BS波束和IRS波束的联合设计.....	53
4.4.1	BS有源波束设计.....	54
4.4.2	IRS无源波束设计.....	55
4.4.3	BS有源波束和IRS无源波束的联合设计.....	57
4.5	可达速率分析.....	59
4.6	仿真结果.....	60
4.7	本章小结.....	64
第五章	IRS辅助的无线通信系统的鲁棒性波束设计	65
5.1	引言.....	65
5.2	系统模型.....	66
5.2.1	下行链路数据传输.....	66
5.2.2	信道模型.....	67
5.2.3	可达速率.....	68

5.3	基于位置信息的信道估计.....	68
5.4	鲁棒性波束设计.....	69
5.4.1	问题转化.....	70
5.4.2	优化有源波束.....	71
5.4.3	优化无源波束.....	72
5.4.4	联合优化有源波束和无源波束.....	73
5.5	仿真结果.....	74
5.6	本章小结.....	74
第六章	基于位置信息的IRS辅助的多用户无线通信系统	77
6.1	引言.....	77
6.2	系统模型.....	78
6.3	基于位置信息的角度信息获取.....	79
6.4	有源波束和无源波束的设计.....	81
6.5	用户可达速率分析.....	82
6.5.1	理想的IRS部署方向.....	84
6.5.2	完美的用户位置信息.....	85
6.6	功率控制.....	88
6.7	仿真结果.....	89
6.8	本章小结.....	94
第七章	有限相移精度的IRS辅助的多播系统	95
7.1	引言.....	95
7.2	系统模型.....	96
7.3	信道估计.....	97
7.3.1	波束训练.....	97
7.3.2	等效信道估计.....	99
7.4	可达速率分析.....	101
7.5	功率分配.....	103
7.5.1	高导频功率的情况.....	103
7.5.2	大量RF链路的情况.....	103
7.5.3	大量反射元的情况.....	104
7.6	仿真结果.....	106
7.7	本章小结.....	111

第八章 总结与展望	113
8.1 研究总结.....	113
8.2 进一步研究方向.....	115
参考文献	117
附录 A 第三章相关证明	127
A.1 命题3.1的证明.....	127
附录 B 第四章相关证明	129
B.1 命题4.1的证明.....	129
B.2 定理4.1的证明.....	130
B.3 定理4.2的证明.....	131
B.4 命题4.2的证明.....	132
B.5 推论4.2的证明.....	134
附录 C 第六章相关证明	135
C.1 定理6.1的证明.....	135
C.2 定理6.2的证明.....	136
C.2.1 计算 A_k	136
C.2.2 计算 $C_{k,i}$	137
C.2.3 计算 B_k	139
附录 D 第七章相关证明	141
D.1 命题7.2证明.....	141
D.2 命题7.3的证明.....	142
D.3 定理7.1的证明.....	143
D.4 定理7.2的证明.....	146
D.5 定理7.3的证明.....	148
D.6 定理7.4的证明.....	149
攻读博士学位期间主要研究成果及参与的科研项目	151

第一章 绪论

1.1 研究背景

尽管第五代移动通信（The 5th Generation, 5G）在全球范围内的部署刚刚起步，但工业界和学术界已经开始展望5G之后的未来，例如旨在满足比5G更高要求的第六代移动通信（The 6th Generation, 6G）。6G要求实现比5G更高的吞吐率、更高的能效、更广泛的连接、以及更高的可靠性和更低的延迟。然而，现有的5G技术主要是针对增强型移动宽带（Enhanced Mobile Broadband, eMBB）、超可靠和低延迟通信（Ultra-Reliable and Low Latency Communication, URLLC）以及大规模机器通信（Massive Machine-Type Communication, mMTC）三大应用场景，可能无法完全满足6G的要求^[1-4]。主要原因如下：首先，现有的5G技术通过部署更多的有源节点，组建超密集网络，从而实现网络覆盖范围和容量的增长。然而，部署更多的有源节点也会导致更高的能耗，更高的部署、反馈和维护的成本，以及更为严重和复杂的网络干扰问题。其次，通过在基站（Base Station, BS）、接入点（Access Point, AP）以及中继等有源节点上安装更多的天线，通过形成大规模多输入多输出（Multiple Input Multiple Output, MIMO）来获取性能增益。然而，部署大规模的天线会极大地增加系统的功耗、硬件成本以及信号处理的复杂度；此外，通过挖掘新的频谱资源，例如毫米波（Millimeter Wave, mmWave）甚至太赫兹（Terahertz, THz）等更高频段的资源，以解决频谱资源稀缺的问题。然而，高频段通信存在严重的路径损耗，为了补偿路径损耗，通常需要部署更多的有源节点或者配置更多的天线。

鉴于上述5G技术方案存在的问题和局限性，迫切需要开发具有突破性的新技术，以较低的成本、复杂度和能耗实现未来移动网络容量的可持续增长。此外，实现超可靠无线通信的根本挑战来自于实时变化的无线衰落信道。解决这一挑战的传统方法主要有两种：一种方法是通过利用各种调制、编码和分集技术来补偿信道衰落，另一种方法是通过自适应的功率控制以及波束赋形等技术适应信道的变化^[5:6]。然而，这些方法不仅需要额外的开销，而且无法实现对无线信道的控制，在实现超高吞吐量和超可靠无线通信方面，存在着难以克服的巨大障碍。

智能反射面 (Intelligent Reflecting Surface, IRS) 可以实现对无线传播环境的智能控制, 为解决上述问题提供了一种重要的技术方案, 已成为6G中的一项关键候选技术。典型的IRS是由大量低成本、几乎无源的反射元所构成的平面, 每个反射元都能够独立地控制入射信号的幅度和/或相位的变化。通过在无线网络中密集部署IRS并智能地协调其反射, 可以灵活地控制发射机和接收机之间的无线信道, 以实现期望的信号传播环境, 从而提供了一种从根本上解决无线信道衰落和干扰问题的新方法, 并有可能实现无线通信网络吞吐量和可靠性的巨大飞跃。

IRS作为一种全新的技术, 目前学术界对它的研究尚处在起步阶段。将IRS引入无线通信领域既带来了新的机遇也带来了新的挑战。针对IRS辅助的无线通信, 本文致力于解决其在实际应用中所面临的两大挑战: 信道估计和自适应传输设计, 为IRS在未来移动通信系统中的实际部署提供重要的理论和关键的技术支持。

1.2 智能反射面技术

1.2.1 概念

IRS以可编程的方式控制无线信道, 是实现智能无线电环境的关键技术。广义上, IRS可以看作是一种廉价的智能复合材料板, 可以像墙纸一样覆盖在墙壁、建筑物、天花板等环境物体上, 并且可以对无线电波进行编程和控制, 其显著特征是可以实现可控制的无线电传播环境。IRS的物理实现是基于“超表面”的概念, 它由可数字控制的二维超材料所制成^[7]。具体而言, 超表面是由大量低成本元件或所谓的超原子组成的平面阵列^[8]。每个元件的反射系数均可独立调节。为了适应无线信道的变化, IRS通过二极管、场效应晶体管等器件对各元件的反射系数进行实时地调整。

图1.1展示了IRS的典型体系结构^[9]。最外层面板由大量几乎无源的反射元所组成, 以实现与入射信号的直接作用。中间层面板的主要作用是避免信号能量泄漏。内层面板是控制电路, 通过IRS控制器调整反射元的反射系数。实际中, 可采用可编程门阵列 (Field-Programmable Gate Array, FPGA) 作为IRS控制器。另外, IRS控制器可以通过单独的反馈链路与其他网络组件 (例如, BS) 进行通信和协调, 实现低速率的信息交换。图1.1还展示了反射元结构的一个示例, 每个反射元都由一个开关二极管控制。通过直流馈线控制偏置电压, 开关二极管就可以在“开”和“关”两种状态之间切换, 从而产生 π 的相位差^[7]。通过IRS控制器设置相应的偏置电压, 就可以独立地调整各反射元的相移。为了实现反射系数幅度的控制, 可以在反射元设计中采用可变电阻负载^[10], 通过改变电阻值, 来改变反

射信号的能量。由于采用的是被动器件，所以反射系数的幅度在0和1之间变化。实际部署中，需要独立地控制每个反射元的幅度和相移，因此需要有效地集成上述电路^[10]。

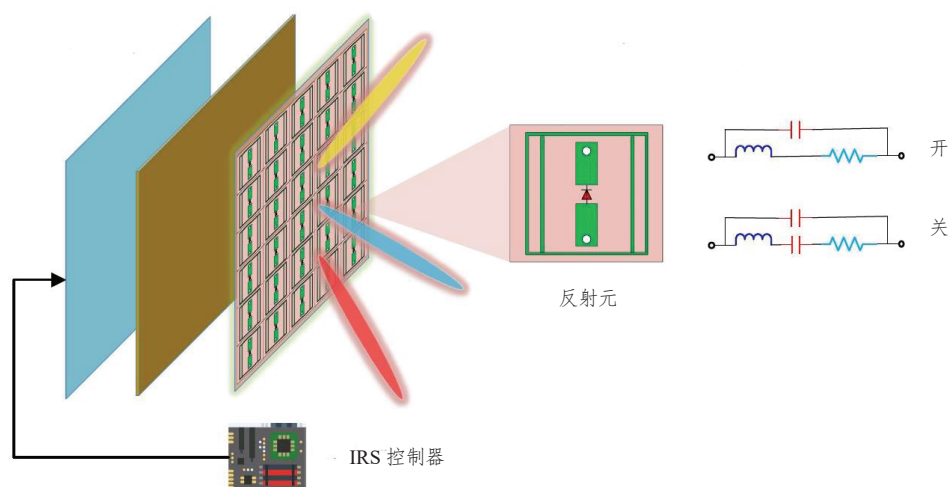


图 1.1 IRS的典型体系结构

1.2.2 机遇

IRS不仅在概念上极具吸引力，即实现可控制的无线传播环境，而且在实际部署方面也具有诸多优势。首先，IRS仅被动地反射入射信号，而不主动产生信号，无需任何的发射射频（Radio Frequency, RF）链路。因此，与传统的有源天线阵列或最近提出的有源表面^[11]相比，实现IRS的硬件成本和能耗更低。其次，IRS以全双工（Full Duplex, FD）模式运行，没有任何天线噪声放大的问题和自干扰问题，因此优于传统的有源中继（例如，低频谱效率的半双工（Half Duplex, HD）中继以及需要复杂自干扰消除技术的FD中继）。此外，由于IRS通常外形小巧，重量轻且薄，因此部署和替换更加地灵活方便。而且，IRS作为无线网络中的辅助设备，可以灵活地集成到现有的各种网络中，从而为现有无线通信网络（例如蜂窝网络）提供了极大的灵活性和兼容性。

由于上述显著优势，IRS适合大规模地部署在无线通信系统中，以提高系统的频谱和能量效率。如图1.2和1.3所示，IRS在无线通信中的应用将导致无线通信系统设计框架的根本性转变：从不具有IRS的现有大规模MIMO系统转变至新的IRS辅助的中小型MIMO系统，从现有的异构网络转变至新的IRS辅助的混合网络^[12]。大规模MIMO系统中，BS通常具有几十甚至数百根有源天线。而IRS辅助的MIMO系统中，BS具有更少的天线，通过利用IRS的孔径增益和波束赋形增益，以保证用户的服务质量（Quality of Service, QoS）不受影响^[13]。因此，采用IRS可以显著降低系统的硬件成本和能耗，这一点对于未来向更高频段迁移的无线通信系统而言意义重大。此外，现有的无线网络依赖于由宏基站、小基

站、中继、分布式天线等节点组成的多层次异构体系。这些节点都是在网络中产生新信号的有源节点，因此需要复杂的协调和干扰管理机制，才能通过部署更多的有源节点增加网络容量。然而，增加有源节点必然会造成更多的网络开销，因此无法经济有效地维持无线网络容量的持续增长。相反，IRS辅助的混合网络，可以实现有源和无源节点的协同自适应传输，通过优化混合网络中有源节点和无源IRS的比例，即可实现随成本变化的可持续增长的网络容量。因为IRS的成本要远远低于有源节点的成本，所有可以以更低的成本更密集地部署在无线网络中。而且由于IRS无源反射和有限覆盖范围的特点，因此无需复杂的干扰管理机制。

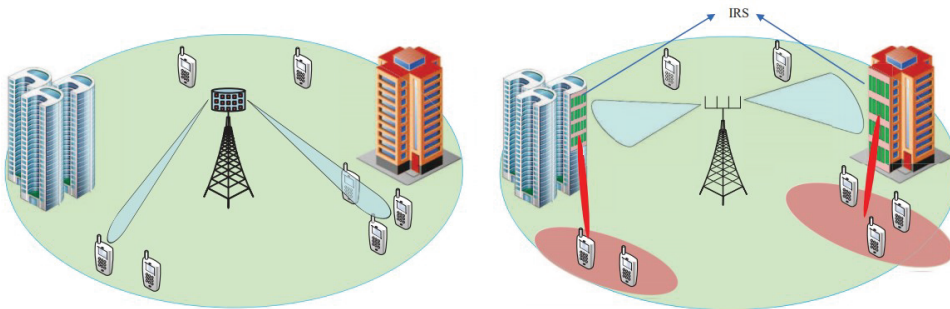


图 1.2 大规模MIMO对比IRS辅助的中小型MIMO

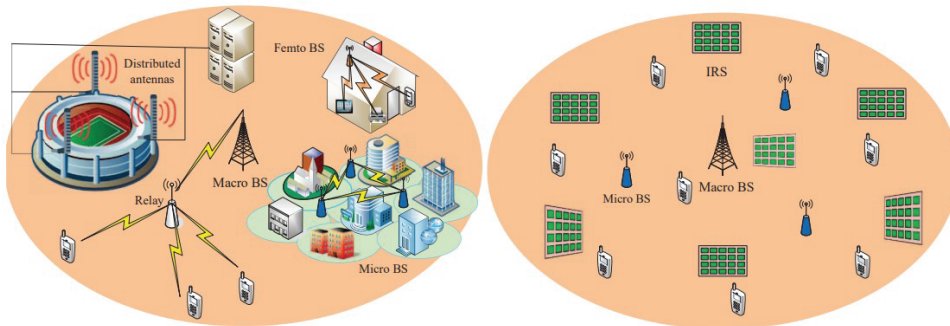


图 1.3 现有异构网络对比IRS辅助的混合网络

1.2.3 挑战

尽管IRS可以看作是可重构的超表面，但它通过控制电磁波将超表面的传统应用领域^[14]（例如隐形隐身、成像、雷达感应和全息图等）扩展到了无线通信的新领域，实现了智能可控的无线传播环境。此外，传统的反射阵列^[15]通常放置在无线发射机的近场中，以减少有源天线/RF链路的数量，而IRS可以更加灵活地布置在网络中，并通过智能反射来改变无线传播环境。因此，从通信的角度来看，IRS辅助的无线通信系统的设计面临着全新的独特挑战。

首先, IRS通常不具有RF链路, 因此无法估计信道, 而且IRS通常具有大量的反射元, 所需估计的信道参数也会随着反射元数量的增加而成比例的增加。因此如何获取IRS和BS以及IRS和用户之间的信道状态信息(Channel State Information, CSI)成为IRS在实际应用中所面临的一项严峻挑战。其次, 需要适当设计每个IRS上所有反射元的反射系数, 以在其局部附近实现信号聚焦和/或干扰消除。同时, 为了向网络中的所有用户提供服务, 需要联合设计IRS无源波束和BS/用户的有源波束, 以优化用户和BS间的端到端通信。此外, 由于不同的阵列架构(无源与有源)和运行机制(反射与收发), IRS在无线网络中的传输策略与仅包含BS、AP、中继等有源节点的传统无线网络有着显著的不同, 因此需要重新进行研究。简而言之, 将IRS应用至无线通信网络中既带来了新的机遇, 也带来了挑战, 这些都值得进行专门的研究。

1.3 研究现状

1.3.1 信道估计

为了充分实现IRS带来的各种性能增益, 获取准确的CSI至关重要, 但这在实际中也颇具挑战性。一方面, IRS辅助的无线通信系统所需估计的参数数量较多。总的信道参数包含两个部分: 一个是由于采用了IRS而新引入的级联链路(即用户-IRS-BE链路)的参数, 另一部分是在没有IRS的传统通信系统中存在的直接链路(即用户-BE链路)。由于IRS通常具有大量的反射元, 而级联链路所需估计的信道参数的数量随着IRS反射元数量的增加而成比例地增加, 因此与没有IRS的传统无线通信系统相比, IRS辅助的无线通信系统的信道参数的数量要大得多, 由此也引起了信道估计导频开销大的问题。另一方面, 为了降低IRS的功耗和硬件成本, IRS反射元通常不具有任何有源发射RF链路, 因此无法发送导频信号来协助信道估计, 这与传统无线通信系统中的BS、AP、中继等有源节点形成了鲜明的对比。根据IRS是否安装感应元件(即接收RF链路), 现有文献中的信道估计方法可以分为两类: 基于无源IRS的信道估计方法和基于半无源IRS的信道估计方法。如果IRS安装有感应元件, 将它称为半无源IRS。否则, 将它称为无源IRS。接下来, 将详细介绍这两种IRS的结构以及其在信道估计方面的最新进展。

1.3.1.1 基于无源IRS的信道估计方法

对于无源IRS, 其反射元没有安装任何低成本的感应元件, 因此无法接收来自BS或者用户的导频信号。也就是说, 无源IRS不能直接估计它和BS或用户间的CSI。针对这种情

况，一种可行的方法是在BS处估计用户-IRS-B S的级联信道，而不是分别估计用户-IRS以及IRS-B S的信道。具体而言，在导频训练期间，用户向BS发送导频信号，同时IRS在导频训练的过程中，实时调整其反射系数以协助信道估计，最后BS既会收到直接来自用户的信号，又会收到经由IRS反射的信号，根据这些导频信号，BS估计用户-IRS-B S的级联信道以及用户-B S的直接信。值得注意的是，BS有源波束和IRS无源波束的联合设计仅需级联信道的CSI，因此从波束赋形的角度来看，估计级联信道的CSI不会损失波束赋形增益。

以时分双工（Time Division Duplex, TDD）系统为例，图1.4展示了基于无源IRS的上行传输机制，其中每个信道相干时隙被分为两个连续的传输阶段，即信道估计阶段和数据传输阶段。在第一个传输阶段，用户将正交导频发送给BS，同时IRS根据预先设计的反射模式实时改变其反射系数。BS根据所接收到的导频信号，估计用户-B S的直接信道以及用户-IRS-B S的级联信道。然后，BS利用所估计的CSI，联合设计用于数据传输的BS有源波束和IRS无源波束，并通过反馈链路将无源波束赋形参数反馈给IRS。在第二个传输阶段，IRS控制器根据基站反馈的无源波束赋形参数相应地设置IRS的反射系数，以协助用户到基站的上行数据传输。对于TDD系统，由于信道的互易性，所估计的上行链路CSI也可用于设计IRS反射系数以协助BS到用户的下行数据传输。对于频分双工（Frequency Division Duplex, FDD）系统，图1.4所示的传输机制仍适用于对下行信道的估计，唯一需要修改的是在第一阶段中交换BS和用户的角色，即用户基于BS发送的导频信号估计直接信道以及级联信道，然后将估计的CSI反馈给BS，以联合优化IRS反射系数和BS有源波束。

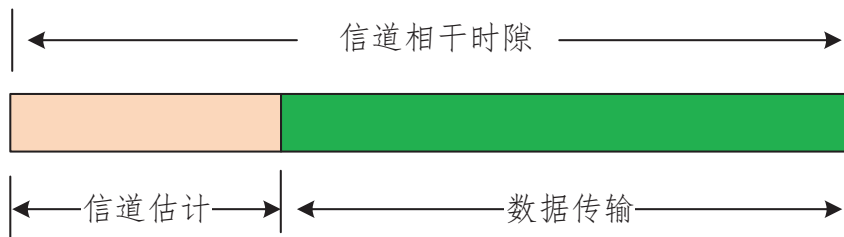


图 1.4 无源IRS的传输机制

对于无源IRS的信道估计，关键在于联合设计导频序列、IRS反射模式（即导频训练期间实时调整的IRS反射系数）以及接收端信号处理算法，以最少的导频开销准确地估计用户-B S的直接信道以及用户-IRS-B S的级联信道。这是以往没有IRS的传统无线通信系统中尚未遇到过的问题，是由于引入IRS而带来的新问题。为了解决这个问题，文献^[16]首先从一个简单的无源IRS辅助的单用户系统着手，提出了一种基于开关式IRS反射模式的信道估计方法：将每个IRS反射元依次打开，同时保证其他反射元处于关闭状态，这样就可以分别估计用户-B S的直接信道以及对应于各个反射元的级联信道。尽管这种方案实施起

来很简单，但开关式IRS反射模式会导致相当大的功率损耗。因为每次仅打开一个反射元，经过一个反射元的反射信号相当微弱，所以需要较高的导频发射功率以克服噪声的不利影响。为了解决这个问题，提高信道估计的准确度，文献^[17;18]提出全开式IRS反射模式，即基于离散傅里叶变换（Discrete Fourier Transform, DFT）矩阵的IRS反射模式。更进一步，为了降低信道估计的导频开销，文献^[17;19]提出了基于反射元分组的信道估计方案：将相邻的多个反射元分为一组，组成一个子表面（同一组反射元的信道通常具有很强的相关性），然后仅需估计与每个子表面相关联的有效级联信道。然而，由于每个子表面的反射系数需要设置为相同的数值，因此该方案中导频开销的减小是以降低IRS波束赋形增益为代价的。此外，文献^[20-24]提出利用IRS信道的特性（例如，低秩、稀疏性以及空间相关性）来减少信道估计的导频开销。为了加快训练过程，文献^[25-28]提出了基于深度学习和分层搜索的算法来进行信道估计。之后，文献^[29;30]考虑更复杂的无源IRS辅助的多用户系统。文献^[29]提出了一种简单的多用户信道估计方法，即采用单用户信道估计的方法连续估计多个用户的信道。然而，和单用户信道估计相比，多用户信道估计导频开销和用户数量成正比，因此这种简单的信道估计方法并不适用于大量用户的场景。实际上，所有用户的级联信道都共享相同的IRS-BS信道。文献^[30]利用这一点设计了一种低导频开销的信道估计方案：首先选择一个用户作为一个参考用户，估计该参考用户的级联信道；然后，基于此参考用户的CSI，利用以下事实来有效地估计其余用户的级联信道：即其他用户的级联信道是参考用户级联信道的缩放形式，因此仅需估计低维缩放因子，而不需要估计整个高维级联信道，从而有效降低了信道估计的导频开销。

总之，基于无源IRS的信道估计，不需要IRS安装任何感应元件，实现的硬件成本较低。然而，在实际实现的过程中，也面临着一些问题。首先，由于无源IRS信道估计的导频开销随IRS反射元数量的增加而成比例的增加，因此存在导频开销大的问题。其次，由于需要联合设计导频序列、IRS反射模式以及接收端信号处理算法，因此信道估计的复杂度较高。另外，在BS或者用户端估计用户-IRS-BS的级联信道，相比于直接在IRS处分别估计BS-IRS和用户-IRS的信道，路径损耗更加严重，因此需要更高的导频功率来弥补，存在导频功耗高的问题。

1.3.1.2 基于半无源IRS的信道估计方法

对于半无源IRS，其反射元安装有低成本的接收RF链路，在导频训练期间能够处理接收到的导频信号，从而实现协助信道估计的功能。半无源IRS通常会随时间交替以下面两种模式之一运行：

- 感应模式：半无源反射元工作在感应模式，从下行链路/上行链路中的BS/用户接收导频信号，以辅助估计它们到IRS的信道；
- 反射模式：半无源反射元工作在反射模式，反射来自BS/用户的数据信号，协助下行链路/上行链路通信。

以TDD系统为例，图1.5展示了基于半无源IRS的传输机制，其中每个信道相干时隙被划分为两个子相干时隙：信道估计子相干时隙和数据传输子相干时隙。信道估计子相干时隙主要分为三个阶段。在第一个阶段，IRS处于关闭状态，和不具有IRS的传统无线通信系统一样，用户向BS发送导频信号，BS估计用户-BS的直接信道。在第二个阶段，IRS处于感应模式，BS向IRS发送导频信号，IRS根据接收到的信号估计BS-IRS的信道。在第三个阶段，IRS处于感应模式，用户向IRS发送导频信号，IRS根据接收到的信号估计用户-IRS的信道。然后，IRS通过反馈链路将所估计的CSI反馈给BS。BS根据所估计的CSI联合设计BS有源波束和IRS无源波束，并将无源波束赋形参数通过反馈链路发送给IRS。最后，在数据传输子相干时隙，IRS切换至反射模式，BS和IRS分别采用所设计的有源和无源波束来协助BS和用户之间的数据传输。值得注意的是，对于半无源IRS，它只能估计BS-IRS的下行CSI以及用户-IRS的上行CSI，相应的反向链路的CSI只能在TDD系统中利用信道互易性来获得。然而，FDD系统中不存在信道互易性，因此这种信道估计方案不适用于FDD系统。

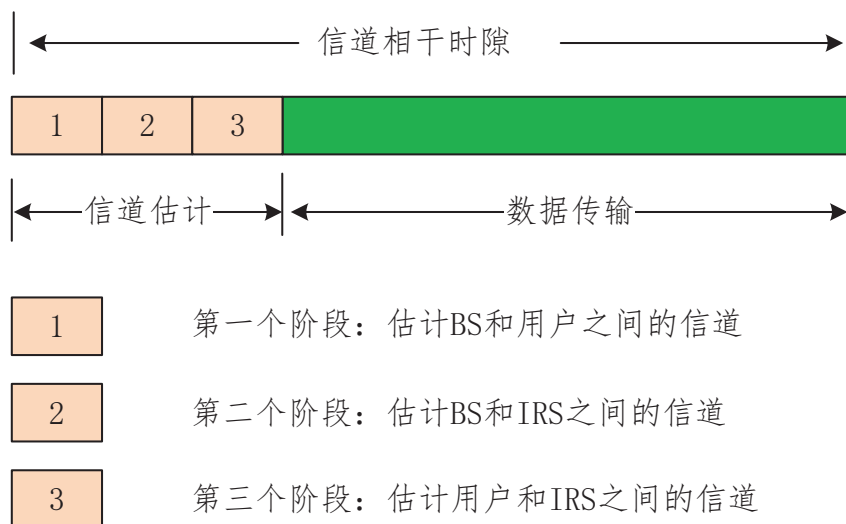


图 1.5 半无源IRS的传输机制

然而，由于IRS反射元数量较多，给每个反射元均安装接收RF链路会增加IRS的功耗和硬件成本。针对这个问题，文献^[31]提出了一种更为实际的混合半无源IRS的模型，该模

型中仅有很少一部分反射元安装有接收RF链路，能够切换至感应模式以协助信道估计，绝大部分反射元只有反射一种模式，因此能够大大降低半无源IRS的功耗和硬件成本。对于混合半无源IRS模型，只能估计出与少量半无源反射元相关的低维信道矩阵，如何根据这个低维信道矩阵准确恢复出关于所有反射元的高维信道矩阵是混合半无源IRS在实际应用中面临的巨大挑战。此外，混合半无源IRS的信道估计精度通常受半无源反射元数量、ADC精度以及信道估计导频长度等因素的限制。直观地讲，安装更多的半无源反射元可提供更多的信道估计参数，从总体上减少恢复完整CSI的误差，应用更高精度的ADC可以减少量化误差，而增加信道估计的导频长度则可以更有效地应对传感噪声的不利影响。现有文献^[31-35]利用反射元之间固有的空间相关性，并借助先进的信号处理工具，例如压缩感知（Compressed Sensing, CS）和机器学习，从半无源反射元估计的CSI中恢复出用户-IRS和BS-IRS的完整CSI。例如，文献^[32]针对混合半无源IRS，提出了一种基于随机空间采样和模拟组合技术的信道估计方法，并研究了均方误差（Mean Square Error, MSE）随导频训练时间的变化。文献^[31]提出了一种基于CS的信道估计方案，从少数半无源反射元所估计的CSI中恢复出IRS与基站/用户之间的完整CSI。结果表明，该方案可以有效地降低信道估计的导频开销。上述针对混合半无源IRS的文献均致力于恢复完整CSI，而文献^[35]则致力于从半无源反射元所估计的CSI中恢复信道的角度信息，并提出了一种基于神经网络的方法，有效减少了采用低精度ADC所引起的量化误差。更进一步，文献^[33;34]不再估计IRS与基站/用户之间的CSI，而是利用混合半无源IRS的特殊结构以及少量半无源反射元所估计的CSI，通过机器学习的方法直接设计IRS的无源波束赋形参数。

总之，基于半无源IRS的信道估计可以直接在IRS处进行，导频开销不再与反射元数量成正比，从而大大降低了信道估计的导频开销。此外，相比于在BS或者用户端估计级联信道，路径损耗更低，所需的导频功率也更低。然而，基于半无源IRS的信道估计在实际实现中仍面临着一些挑战。首先，从低维信道矩阵恢复出高维信道矩阵的问题是一个非凸的优化问题，因此无法获得最优解，信道估计的准确度也无法保证。而且，现有文献中基于CS、机器学习以及深度学习等技术的启发式算法，存在着复杂度高的问题。此外，优化问题的规模较大，数量级为反射元数量和BS天线数量的乘积，这进一步增加了解决这个优化问题的复杂度。

1.3.2 波束赋形

文献^[36]通过实验证实：智能地调整IRS所有反射元的反射系数（相移和/或幅度），可以在接收机中相干地组合反射信号以提高接收信号的强度，或者相消地组合反射信号以减轻干扰，为进一步的理论研究和系统优化奠定了基础。接下来，本节将回顾IRS辅助的

无线通信系统中主要的波束赋形问题和方法。典型的波束设计目标包括信噪比（Signal to Noise Ratio, SNR）或容量最大化以及发射功率最小化或能效最大化。

1.3.2.1 SNR或容量最大化

1.3.2.1.1 单用户场景 文献^[37]考虑一个IRS辅助的多输入单输出（Multiple Input Single Output, MISO）单用户系统，通过联合优化AP的有源波束和IRS的无源波束，以最大化用户的接收信号功率。作者首先采用半正定松弛（Semi-Definite Relaxing, SDR）的方法获得一个近似解作为性能的上界，然后遵循交替优化的策略迭代更新AP的有源波束和IRS的无源波束：给定IRS的无源波束，通过最大比合并的传输策略获得AP的最佳发射波束；给定AP的有源波束，IRS的最佳无源波束可以通过对准直接信道的方法获得。结果表明，与无IRS协助的MISO系统相比，使用具有100个反射元的IRS，可以将MISO系统的SNR提高约10dB。文献^[37]的另外一个重要发现是：通过部署IRS，用户可获得 N^2 数量级的功率增益，其中 N 表示反射元的数量。文献^[38]对此功率缩放定律做了进一步研究，并与大规模MIMO系统进行了对比。分析结果表明，IRS辅助的中小型MIMO系统需要数量非常庞大的反射元才能获得与大规模MIMO系统相当的SNR。文献^[39]考虑类似的系统模型，并采用定点迭代和流形优化技术解决了AP有源波束和IRS无源波束的联合优化问题。结果表明，这些技术在处理IRS的单位模量约束方面非常有效，不仅提高了用户的可达速率，而且降低了波束赋形算法的复杂度。上述IRS辅助的系统模型以及文献^[37]所提出的启发式交替优化算法为IRS辅助的MISO系统的波束赋形设计提供了一个通用框架，因此也被扩展到很多不同的网络场景。例如，文献^[40]将其扩展到IRS辅助的正交频分复用（Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM）系统，基于交替优化框架对BS的发射功率和IRS的无源波束进行联合优化，以最大化用户可达速率。文献^[41]则将其扩展至认知无线电系统，通过波束赋形最大化干扰约束下的次用户可达速率。文献^[42]考虑IRS协助的mmWave系统的波束赋形设计。结果表明，IRS可以为mmWave信号提供信道质量更好的反射路径，能够增强接收信号功率并扩展mmWave网络的覆盖范围。

与上述考虑MISO系统的文献^[39;40;42]不同，文献^[43]考虑IRS辅助的MIMO系统，通过联合优化IRS的反射系数和BS发射协方差矩阵来最大化系统容量。为了获得高质量的次优解，作者采用了凸松弛的方法，对文献^[37]中使用的交替优化算法进行了改进。仿真结果表明，与没有IRS的传统MIMO系统相比，IRS辅助的MIMO系统获得了显著的容量增益，例如，当使用具有80个反射元的IRS时，高SNR情况下的容量增加了45%。之后，文献^[44]考虑IRS辅助的mmWave MIMO OFDM系统，联合优化混合MIMO波束赋形矩阵以及IRS的相移矩阵，从而在误比特率（Bit Error Rate, BER）和频谱效率等方面，实现了比

传统mmWave MIMO OFDM系统更好的性能。同样考虑IRS辅助的MIMO系统，文献^[45]首先推导出莱斯信道下的系统遍历容量上界的闭合表达式，然后采用SDR和高斯随机化方法优化IRS无源波束，以最大化遍历容量的上界。后来，文献^[46]将IRS辅助的MIMO系统的速率最大化问题构建为一个混合整数规划问题，然后利用交替方向法依次找到每个反射元的反射系数，最后采用经典的特征值分解法和注水法设计BS的有源波束。

上述文献^[39;40;42-45]中的研究工作都是基于理想的IRS，即IRS具有连续的相移，并且反射系数的幅度是固定的。文献^[47]则注意到IRS相移的非理想性，提出了一种更实际的IRS相移模型，该模型捕获了相位和幅度之间的非线性相关性。之后，作者在IRS辅助的MISO系统中采用了这种更为实际的IRS相移模型，并遵循交替优化的方法联合优化BS有源波束和IRS无源波束以最大化用户可达速率。之后，文献^[48]考虑IRS的相移精度有限，首先推导出遍历容量的近似表达式，在此基础上优化IRS无源波束以最大化系统遍历容量。数值仿真结果表明，一个2比特的相位量化器足以确保系统容量损失不超过1 bit/s/Hz。这表明采用低精度的相位量化器不但不会造成很大的速率损失，而且可以极大降低IRS在实际部署中的硬件成本。同样考虑IRS相移精度有限，文献^[18]采用码本训练的方法设计IRS反射元的相移。数值仿真结果表明，具有中等至较高相位精度的离散相移设计可以渐近逼近最佳连续相移设计。

1.3.2.1.2 多用户场景 以上回顾了IRS辅助的单用户系统中的SNR或容量最大化问题，通过联合优化BS的有源波束和IRS的无源波束，有效地改善了单用户系统的性能。本节将回顾多用户场景下的SNR或容量最大化问题。由于资源竞争和不同用户之间的干扰，IRS辅助的多用户系统的波束设计将会变得更加复杂。文献^[49]针对IRS辅助的多用户系统提出了一种有效的波束赋形方案，可在AP功率受限的情况下最大化系统和速率，并且满足每个用户的最低速率要求。作者首先采用迫零（Zero Forcing, ZF）传输方案简化和速率最大化问题，然后通过连续上界最小化方法优化BS发射功率和IRS无源波束。结果表明，采用IRS后系统的吞吐量提高了40%，而无需额外的能耗。文献^[50]同样研究了IRS辅助的MIMO系统中的和速率最大化问题，并通过交替优化方法进行启发式求解。上述文献^[49;50]的波束设计均基于完美CSI，而实际系统中，完美CSI很难获取。因此文献^[51]将完美CSI假设下的和速率最大化问题扩展至不完美CSI的情况，并采用连续凸逼近（Successive Convex Approximation, SCA）以及分式规划的方法联合优化BS的有源波束和IRS的无源波束。仿真结果表明，该算法在信道不确定度小于10%时性能良好。更进一步，为了避免频繁的信道估计，文献^[52]提出了一种基于双时间尺度的算法以最大化系统和速率，首先根据变化缓慢的统计CSI设计IRS的无源波束，然后根据瞬时CSI设计AP的有源波束，并采用惩罚对偶

分解方法并行更新优化变量，实现了更低的算法复杂度。

不同网络场景下和速率最大化的设计目标本质上是在对抗不同用户之间的资源竞争或干扰。使用IRS可以更灵活地控制无线传播信道，从而更容易抑制干扰。文献^[53]考虑一个典型的IRS辅助的多用户MIMO系统，验证了采用具有大量反射元的IRS来构造多个无干扰波束的可行性。结果表明，一组IRS最佳波束赋形参数可以形成多个无干扰波束，用于多个数据流的传输。文献^[54]针对更复杂的IRS协助的多小区多播系统，研究了BS有源波束和IRS无源波束的联合优化问题，以减少用户间以及小区间干扰。由于发送给不同用户组的信息是相互独立的，因此会同时存在用户组间干扰和小区间干扰。为了最大化用户组的和速率，作者首先推导出目标函数的凹下界，基于交替优化的原则迭代地更新BS的有源波束和IRS的无源波束，在每次迭代的过程中通过采用连续上界最小化方法得出闭合形式的解，从而降低了波束赋形算法的复杂度。结果表明，采用仅具有8个反射元的IRS，可将系统和速率提高100%。紧接着，为了更有效地减少小区间干扰，文献^[55]提出将IRS部署在多小区系统的小区边缘，以协助小区边缘用户和BS的下行通信，并研究了加权和速率的最大化问题：通过块坐标下降法，迭代地优化BS的有源波束和IRS的无源波束。

上述和速率最大化问题中只考虑了系统的和速率，而很难保证单个用户的速率。可能会出现有的用户通信质量很高，而有的用户通信质量很差，甚至出现通信中断的情况。为了解决这个问题，可以将用户公平性作为和速率最大化问题中的一个约束条件。通常可以将优化问题建模为最大化最小值的问题。例如，文献^[19]通过联合优化BS的功率分配和IRS的无源波束，以最大化IRS辅助的非正交多址接入（Non-Orthogonal Multiple Access, NOMA）系统中所有用户的最小信干噪比（Signal-to-Interference plus Noise Ratio, SINR）。仿真结果表明，与传统的NOMA系统相比，具有1比特相位精度的IRS将用户最小速率提高了20%。类似的，文献^[56]研究了分布式IRS辅助的无线通信系统中的最小用户速率最大化问题，并通过用户与IRS配对的策略，进一步改善了系统的性能。文献^[57]则针对多小区MISO系统，研究了最小加权SINR的最大化问题，并通过合理部署IRS，抑制小区间干扰，并协助小区边缘用户的数据传输。作者首先在固定IRS无源波束的情况下，通过二阶锥规划（Second-Order Cone Programming, SOCP）优化BS的发射功率，之后采用SDR和SCA的方法更新IRS的无源波束。数值结果表明，与没有IRS的情况相比，使用IRS可以显著提高系统性能，例如，在BS的发射功率为35dBm的情况下，最小SINR提高了150%。另外，文献^[58]考虑IRS相移精度有限的情况，研究了系统的和速率最大化问题。结果表明，采用相移精度有限的IRS仍然可以获得较高的和速率增益。同样考虑IRS相移精度有限，文献^[59]研究了加权和速率最大化问题，并采用分式规划的方法，联合优化BS的有源波束和IRS的离散相移。结果表明，具有2比特相位精度的IRS可获得足够的容量增益，而且仅

有很小的性能损失。

1.3.2.1.3 总结 本小节回顾了现有文献中通过IRS波束赋形改善用户SNR或数据传输速率的一些研究工作。首先回顾了简单的点对点的单用户MISO或者MIMO场景，然后讨论了更加复杂的多用户场景，包括多播、广播、多小区场景等。此外，还回顾了IRS与其他技术例如NOMA、mmWave、OFDM等技术相结合的应用场景。现有文献中，IRS辅助的无线通信系统在不同场景下的性能最大化问题（例如SNR最大化、和速率最大化问题等）通常被建模为IRS的无源波束和BS的有源波束或功率分配策略的联合优化问题。沿着这条主要的研究路线，本节还讨论了一些特殊情况下的波束赋形问题，包括低相位分辨率、不完美CSI以及非理想IRS等情况。值得注意的是，上述关于IRS波束赋形的设计几乎都是基于完整CSI的假设，鲜有针对其他不同层次CSI情况的波束赋形研究。然而，对于无源IRS而言，完整CSI的获取会造成极大的导频开销以及导频能耗。因此，可以通过获取部分CSI的方式，规避完整CSI获取所造成的极大导频开销的问题。同时，也亟需解决不同层次CSI（例如统计CSI、角度信息、位置信息、不完美部分CSI等）场景下的IRS波束赋形问题，在降低导频开销的同时，保证用户的通信质量。

1.3.2.2 功率最小化或能效最大化

除了提升用户的SNR或速率之外，IRS还可以减少BS的发射功率或提高系统的能效。通过优化IRS的无源波束，能够改善信号传播环境，提高接收信号的质量。因此，采用IRS可以在维持用户服务质量不变的情况下，降低BS的发射功率。

1.3.2.2.1 单用户场景 文献^[60-62]针对IRS辅助的单用户系统，研究了系统的功率最小化或能效最大化问题。例如，文献^[60]通过联合优化BS的有源波束和IRS的无源波束，以最小化用户SINR约束下的AP发射功率。作者遵循SDR和交替优化的方法，首先通过解决SOCP问题获得了AP的有源波束，然后将IRS无源波束的优化问题转化为传统中继系统中的波束优化问题，最终获得了IRS的无源波束。分析结果表明，当IRS反射元的数量 N 趋于无穷时，AP的发射功率在不损失SNR的情况下以 $1/N^2$ 的数量级减少。数值结果表明，对于远离AP的用户，采用IRS可以使得AP的发射功率降低55%以上。

文献^[60]假设IRS的相移分辨率是无限的，但是由于硬件限制，连续相移实际上很难实现。针对这个问题，文献^[61;62]考虑IRS相移精度有限的情况，研究了AP发射功率最小化问题，并将优化所得的连续相移值进行量化投影，获得了可行的离散相移。分析结果表明，具有离散相移的IRS仍然可以实现与连续相移IRS相同的功率定律。更有趣的是，量化误差

导致的性能损失与反射元的数量无关，而仅取决于IRS的相位量化水平。数值结果表明，2至3比特的离散相位足以实现近似最佳的性能。

1.3.2.2.2 多用户场景 上述文献^[60-62]均专注于简单的单用户系统。文献^[63-67]则将简单的单用户场景扩展到更一般的多用户场景。例如，文献^[63]研究了IRS辅助的多用户系统中的发射功率最小化问题，并将用户进行分簇，同一用户簇的用户采用NOMA传输策略。之后，采用一种基于SOCP的交替方向优化法联合优化BS的有源波束和IRS的无源波束。此外，还提出了一种基于ZF的次优算法，以降低波束赋形算法的复杂度。仿真结果表明，基于SOCP的交替方向优化法优于传统的基于SDR的波束赋形算法^[37;45;57;65]。文献^[65]同样考虑了IRS辅助的NOMA系统的发射功率最小化问题，并利用SDR和凸导技术联合优化BS有源波束和IRS无源波束。仿真结果表明，使用具有50个反射元的IRS可以使得AP的发射功率降低至少8dB。后来，文献^[68]针对IRS辅助的多用户系统，对比了NOMA和时分多址（Time Division Multiple Access, TDMA）两种不同接入方式的能效。首先通过交替优化的方法最小化这两种接入方式的发射功率，然后评估了不同接入方式所需的最小发射功率。结果表明，对于离IRS较近的用户，IRS辅助的NOMA系统比IRS辅助的TDMA系统的性能更差，而要获得优于TDMA系统的性能，最好将速率相差较大的用户分配至同一个用户簇。更进一步，文献^[64]针对IRS辅助的多用户系统，推导出了BS最小发射功率的下界。分析结果表明，该下界远远低于没有IRS的情况，而且随着反射元数量的增加，BS的发射功率逐渐接近该下界。

IRS辅助的下行通信系统中BS通常具有恒定的功率。因此，最小化BS的发射功率可能不是最紧迫的需求。实际上，BS的能效才是更关键的设计目标，它代表了整个网络的传输能力。文献^[66]通过联合优化IRS的无源波束和AP的功率分配，以在AP最大功率以及用户最小QoS的约束下，最大化系统能效。系统总的功耗可以分为发射功率、恒定电路功率以及IRS功耗三部分。IRS的功耗一般与反射元的尺寸和实现方式有关，更高的相位分辨率或更大的尺寸意味着更高的功耗。作者^[66]提出了一种简单的线性IRS功耗模型，即IRS的功耗和反射元数量成正比，并且是关于相位精度的增函数。基于该功耗模型，作者^[66]首先采用梯度下降法优化IRS的相移，然后通过分数规划的方法优化BS发射功率。仿真结果表明，与传统的放大转发（Amplify-and-Forward, AF）中继通信系统相比，IRS辅助的通信系统可实现300%的能效增益。更进一步，文献^[69]比较了IRS辅助的通信系统和传统解码转发（Decode-and-Forward, DF）中继通信系统的性能，并通过优化发射功率和IRS反射元的数量，最大化这两种通信系统的可达速率。结果表明，就能效或频谱效率而言，超大规模的IRS才能实现比DF中继更好的性能。此外，文献^[67]为了进一步降低IRS的功耗，

提出了具有1比特相移精度的IRS模型，并采用交替优化方法联合优化BS的功率分配系数和IRS的无源波束。

1.3.2.2.3 总结 在这一部分中，我们回顾了通过IRS波束赋形设计降低BS发射功率或提高系统能效的一些研究工作。揭示了一个重要的功率定律，该定律表明在不影响接收机的SNR的情况下，BS的功耗按 $1/N^2$ 的比例缩减（ N 表示IRS反射元的数量）。并且类似的功率缩放定律仍然适用于低相位精度的IRS。尽管仿真和实验均验证了IRS在提高系统能效方面的优势，但几乎上述所有文献的研究都局限于完美CSI场景下的有源和无源波束的联合优化。不完美CSI情况下，如何进行波束赋形设计，上述功率缩放定律是否仍然成立，这些都值得进一步研究。

1.4 论文主要创新点

作为实现绿色通信的6G关键候选技术，IRS能够以极低的功耗实现可控制的无线传播环境，从2018年提出至今，受到了学术界和工业界的广泛关注。然而，其基本理论和相关技术仍然在探索之中。如图1.6所示，本文针对IRS技术在实际应用中面临的信道估计导频开销大、信道估计不准确以及波束赋形难度大等问题，开展了IRS辅助的无线通信系统协同传输理论与方法研究。论文的主要创新点归纳如下：

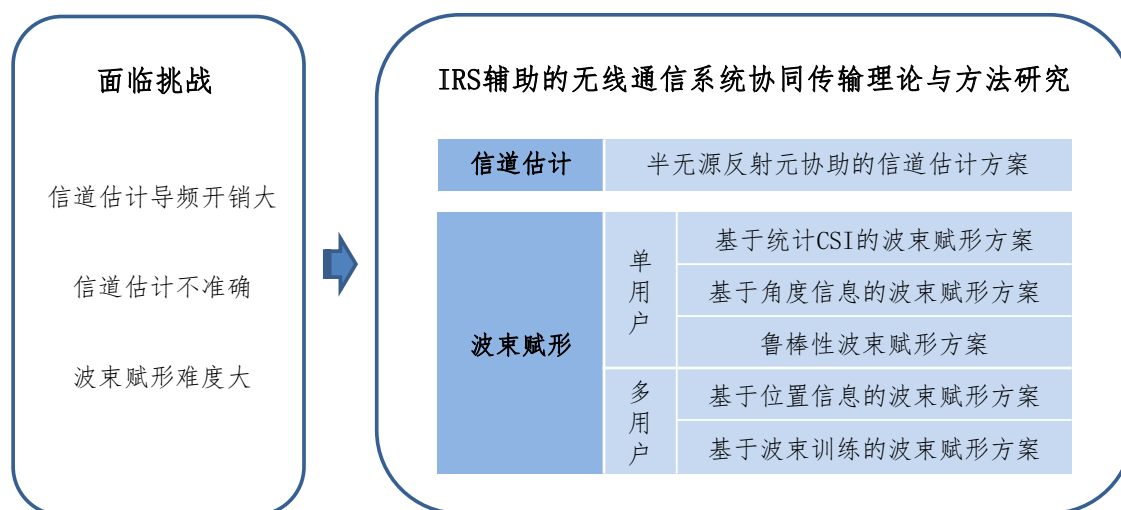


图 1.6 研究工作概览

- 针对IRS辅助的无线通信系统，本文创新性地提出了一种新颖的半无源反射元辅助的信道估计框架，在降低导频开销的同时控制了IRS的硬件成本。具体而言，仅有一小

部分IRS反射元安装有接收RF链路，能够处理接收到的信号以协助信道估计。所提出的信道估计方案所需的训练时间与IRS反射元的数量无关，从而大大减少了导频训练的开销。而且，与传统的基于CS的信道估计方案和基于级联信道的估计方案相比，所提出的方案在提高信道估计准确度方面具有很大的优势。

- 针对IRS辅助的单用户系统，本文提出了一种基于统计CSI的有源和无源波束的联合设计方案，不仅具有极低的算法复杂度，而且规避了瞬时CSI获取所需要的高导频开销。根据发射机和接收机之间是否存在视距（LoS）路径，分别考虑两种情况，即，莱斯衰落和瑞利衰落。针对以上两种情况所提出的基于统计CSI的波束赋形算法均达到了和基于瞬时CSI的波束赋形算法相近的性能。此外，理论分析表明，使用统计CSI可以获得与使用瞬时CSI同量级的功率增益。
- 针对IRS辅助的单用户系统，本文创新性地提出了一种基于角度信息的信道估计和波束设计方案。通过估计角度信息而不是完整CSI，极大降低了信道估计的导频开销。并利用所估计的角度信息，设计了低复杂度的BS有源波束和IRS无源波束的联合优化算法，而且所提出的基于角度信息的波束赋形算法取得了和基于完美CSI的波束赋形算法相近的性能。最后，推导出用户可达速率的闭合表达式，分析表明：虽然使用角度信息进行波束赋形设计会带来一定的性能损失，但仍可获得与采用完美CSI同量级的功率增益。由此证实了采用角度信息进行波束赋形设计的可行性。
- 针对IRS辅助的单用户系统中CSI估计不准确的问题，本文提出了一种鲁棒性的BS有源波束和IRS无源波束的联合设计方案，保证了用户通信的可靠性。而在此之前的波束设计几乎都是基于完美CSI，然而由于用户的移动性以及其它不利的信号传播环境，信道估计总会存在误差。本文考虑由于用户位置不确定性所导致的信道估计误差，并通过联合设计BS有源波束和IRS无源波束以最小化BS发射功率，同时要求针对所有可能的误差都要满足用户最低可达速率的约束。结果表明，所提出的鲁棒性波束赋形算法针对所有可能的信道估计误差均能满足用户的目标速率，并且性能优于传统的非鲁棒性算法。
- 针对多个IRS辅助的广播系统，本文创新性地提出了位置信息辅助的信道估计和波束设计方案。首次提出了利用位置信息来获取部分CSI，从而有效地降低了信道估计的导频开销。基于所获取的部分CSI，提出了一种低复杂度的波束赋形方案，并得到了BS有源波束和IRS无源波束的闭合表达式。结果表明，当用户速率要求不高时，所提出的波束赋形方案优于基于完美CSI的波束赋形方案。最后，推导出用户可达速率

的闭合表达式，首次揭示了智能反射面部署位置，以及用户不完美位置信息对系统性能的影响，为IRS在实际系统中的部署提供了重要的理论参考价值。

- 针对IRS辅助的多播系统，本文考虑IRS相移精度有限的非理想情况，首次提出了基于IRS无源波束训练的信道估计和波束设计方案，而在此之前还未有专门针对非理想IRS情况下的信道估计和波束赋形研究。结果表明，所提出的无源波束训练算法取得了与穷举搜索法相近的性能，并且具有更低的导频开销。此外，本文还推导出用户可达速率的闭合表达式，并针对某些渐近情形，设计了最佳功率分配方案，获得了多播速率的闭合表达式。功率分配结果表明，当导频功率或反射元的数量足够大时，等功率分配策略最佳。而当RF链路数量很大时，则更倾向于将更多的功率分配给较弱的用户。对多播速率的分析结果表明，增加相移精度对提升多播速率的效果有限。而当导频功率很大时，多播速率由信道状况最差的用户决定。

1.5 论文结构安排

全文分为八章，研究内容和章节安排如下，其中第三章到第七章内容均为本人已发表的期刊论文整理而成：

第一章为绪论，首先概括介绍了无线通信的发展需求以及IRS技术带来的新的机遇，然后介绍了IRS技术的基本理念以及其所带来的机会和挑战，之后回顾了IRS技术在信道估计和波束赋形方面的最新进展，进而引出了本文的研究动机。最后交代了本文的主要创新点，并简要介绍了各章节的研究内容。

第二章研究了IRS辅助的无线通信系统中的信道估计问题。首先提出了一种新颖的半无源反射元协助的IRS信道估计框架，其中一小部分IRS反射元能够处理接收到的信号，以协助信道估计。然后，基于此信道估计框架，提出了一种基于信号参数估计旋转不变技术（Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT）的信道估计方法估计BS-IRS的信道，并提出了结合使用总最小二乘（Total Least Square, TLS）ESPRIT和多信号检测（Multiple Signal Classification, MUSIC）技术以实时估计用户-IRS信道。而且，分析对比了基于半无源反射元的信道估计方案和传统的基于级联信道的估计方案，证实了所提出的信道估计方案在降低导频开销方面的优越性。此外，通过仿真将所提出的信道估计方案和传统的基于CS的信道估计方案以及基于级联信道的估计方案进行了对比，证实了所提出的信道估计方案在降低导频功耗以及信道估计误差方面的优越性。

第三章针对IRS辅助的单用户通信系统，研究了基于统计CSI的波束设计问题。首先推导出系统遍历容量的闭合表达式。在此基础上，研究了基于统计CSI的BS有源波束

和IRS无源波束的联合优化问题，以最大化系统遍历容量。根据发射机和接收机之间是否存在LoS路径，分别考虑了两种不同的场景，即莱斯衰落和瑞利衰落。具体而言，针对莱斯衰落场景，提出了一种可以保证收敛的迭代算法；针对瑞利衰落场景，设计出闭合形式的最优BS有源波束和IRS无源波束。

第四章针对IRS辅助的单用户通信系统，研究了基于角度信息的信道估计和波束设计问题，并对IRS辅助的单用户系统的性能进行了详细的分析。首先提出了基于最大似然（Maximum Likelihood, ML）的角度估计方法，估计出基站（BS）到用户的有效角度，由此推导出IRS到用户的有效角度。然后，利用这些估计的角度信息，设计了BS有源波束和IRS无源波束的联合优化方案，并取得了与基于完美CSI的波束赋形算法以及基于MUSIC的波束赋形算法相近的性能。最后，推导出可达速率的闭合表达式，重点分析了角度误差以及反射元数量对系统性能的影响。

第五章针对IRS辅助的单用户通信系统，研究了不完美CSI情况下的鲁棒性波束设计问题。考虑用户位置不确定性所导致的信道估计误差，提出了一种鲁棒性的波束设计方案，通过联合设计BS的有源波束和IRS的无源波束，在最差QoS约束下最小化BS发射功率，即对于所有可能的信道估计误差，用户的速率都必须高于目标速率。由于单位模量的约束，该优化问题是非凸的，而QoS约束中的位置不确定性又进一步增加了解决这个问题的难度。本章依次采用泰勒展开、S-Procedure以及SDR等技术，将这个优化问题转化为一系列凸的易于求解的半正定规划（Semi-Definite Programming, SDP）子问题。

第六章针对更一般的多IRS辅助的多用户系统，创新性地提出了位置信息辅助的信道估计方法以及波束设计方法，并对用户的可达速率进行了详细的分析。具体地，为了降低信道估计的开销，本章首先基于不完美的位置信息，推导出信道的角度信息。然后利用角度信息获得了闭合形式的BS有源波束和IRS无源波束，极大降低了波束设计的复杂度。最后推导出可达速率的闭合表达式，重点分析了IRS部署位置以及用户位置对系统性能的影响。此外，通过功率分配，进一步改善了系统的性能。

第七章针对IRS辅助的多播系统，研究了有限相移精度情况下的信道估计和波束设计问题，并对系统的多播速率进行了详细的分析。首先提出了一种新颖的波束训练方法来设计IRS的无源波束，该方法可以取得与穷举搜索法相近的性能，并且具有更低的导频开销。然后，在固定IRS无源波束的情况下估计基站到用户的等效信道，根据估计的等效信道设计BS的有源波束。最后，推导出可达速率的闭合表达式，并针对某些渐近情形，设计了最佳功率分配方案，得出了多播速率的闭合表达式，重点评估了相移精度、反射元数量以及用户数量对系统性能的影响。

第八章总结全文的研究工作和研究成果，并指明了后续的研究方向。

第二章 半无源反射元协助的智能反射面系统的信道估计

2.1 引言

IRS能够以极低的功耗控制无线传播环境，是提升无线传输性能的一项关键技术^[9;70;71]。为了设计IRS的无源波束并充分发挥IRS的潜力，必须获取准确的瞬时CSI。通常，根据IRS反射元是否同时具有感应和反射功能，现有文献中的信道估计方案主要可以分为两类。对于只有纯无源反射元的第一种情况，典型的方法是估算用户-IRS-BS的级联信道^[17;19-21;30;72]。然而，对于这种基于级联信道的估计方案，训练开销随着IRS反射元数量的增加而成比例地增加，因此该方案不适用于具有大量反射元的情况。对于所有IRS反射元同时具有反射和感应模式的第二种情况，可以采用训练开销较低的传统信道估计方法。然而，实现半无源反射元（即，同时具有感应和反射功能的反射元）需要安装接收RF链路，从而增加了IRS的功耗和硬件成本。

为了在降低导频开销的同时，控制IRS的硬件成本，本章提出了一种新颖的半无源反射元协助的信道估计方案，其中极少量的IRS反射元安装有接收RF链路，能够处理接收信号以协助信道估计，而绝大部分的IRS反射元只有反射一种模式。由于BS和IRS位置固定，因此BS-IRS信道比IRS-用户信道变化慢得多，利用这一点，我们首先设计了包含两个传输阶段的传输机制。然后，提出了一种新颖的基于ESPRIT的信道估计方案，该方案具有极低的导频训练开销和复杂度。具体而言，在由一小部分相干时间块组成的第一个传输阶段中，IRS采用ESPRIT技术估计IRS-BS信道。在第二个传输阶段，每个相干时间块被分为两个子时间块，即上行训练子时间块和数据传输子时间块。在上行训练期间，IRS结合使用TLS ESPRIT和MUSIC方法估计用户-IRS信道。仿真结果表明，所提出的信道估计方案的均方误差（Mean Squared Error, MSE）远远低于基于CS的信道估计方案^[31]以及基于线性最小均方误差（Linear Minimum Mean Squared Error, LMMSE）的级联信道估计方案^[30]。另外，所提出的信道估计方案的训练开销与IRS反射元的数量无关，而传统的级联信道估计方案的训练开销随着IRS反射元数量的增加而成比例的增加，因此，所提出的信道估计方案的导频开销远远低于基于级联信道的估计方案。而且，可以通过在两个传输阶

段之间灵活分配训练时间进一步改善所提出的信道估计方案的性能。

本章内容安排如下：2.2节介绍了半无源IRS辅助的多用户系统的系统模型以及传输机制。2.3节提出了一种新颖的半无源反射元辅助的信道估计方案。2.4节提供了仿真结果以验证所提出的信道估计方案的优越性。最后，2.5节对本章进行了总结。

2.2 系统模型和传输机制

2.2.1 系统模型

如图 2.1所示，本章考虑一个半无源IRS辅助的多用户系统，该系统由一个多天线BS， K 个单天线用户和一个半无源IRS 组成。BS的 N 根天线组成了一个沿 y 轴方向的均匀线阵 (Uniform Linear Array, ULA)。IRS的 M 个反射元组成了一个沿 y - z 平面的 $M_y \times M_z$ 均匀矩形阵列 (Uniform Rectangular Array, URA)。为了协助信道估计， $M_0 \ll M$ 个半无源反射元安装有接收RF链路，它们可以工作在感应模式或者反射模式。这些半无源反射元组成了一个 $M_{y,0} \times M_{z,0}$ 的感应子表面。BS和IRS之间通过反馈链路进行信息交换。此外，假设由于阻挡或者其他不利的传播环境，不存在BS与用户之间的直接链路。

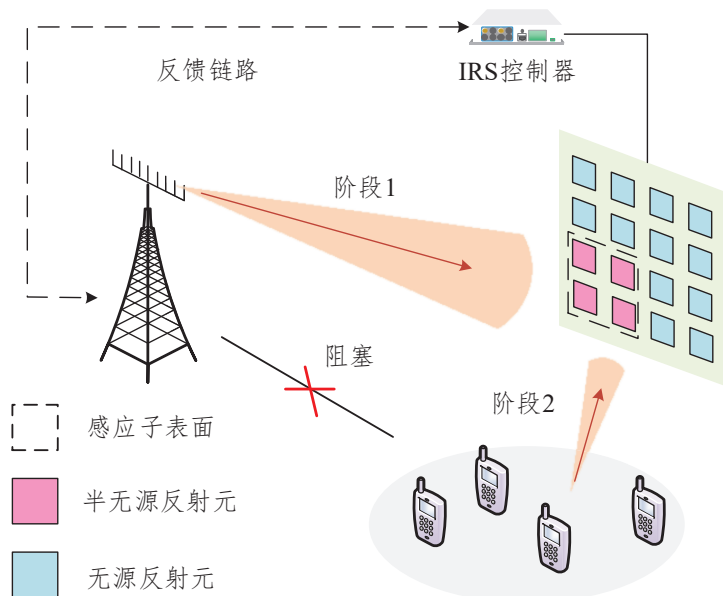


图 2.1 半无源IRS协助的多用户系统

考虑准静态块衰落信道，即用户-IRS的信道在每个相干时间内保持不变。另外，由于BS和IRS的位置是固定的，BS-IRS的信道比用户-IRS的信道变化慢得多，因此可以认为其在很长一段时间内保持不变。

参考文献^[31]采用的几何信道模型，那么BS到IRS的信道可以表示为

$$\mathbf{G} = \sum_{l=1}^D \beta_l \mathbf{b}_{M_y \times M_z}(u_{y,l}, u_{z,l}) \mathbf{a}_N^T(v_l), \quad (2.1)$$

其中 D 表示路径数， β_l 是第 l 条路径的信道系数， \mathbf{a}_N 和 $\mathbf{b}_{M_y \times M_z}$ 分别是BS和IRS的阵列响应向量， $\mathbf{a}_N(v_l) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 和 $\mathbf{b}_{M_y \times M_z}(u_{y,l}, u_{z,l}) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 的第 n 个元素分别为

$$[\mathbf{a}_N(v_l)]_n = e^{j(n-1)v_l}, \quad (2.2)$$

$$[\mathbf{b}_{M_y \times M_z}(u_{y,l}, u_{z,l})]_n = e^{j((n_y-1)u_{y,l} + (n_z-1)u_{z,l})}, \quad (2.3)$$

其中 $n_y \triangleq \lceil \frac{n}{M_z} \rceil$ ， $n_z \triangleq n - M_z(n_y - 1)$ 。另外， v_l 表示有效出发角，即相邻天线的相位差

$$v_l \triangleq 2\pi \frac{d_{\text{BS}}}{\lambda} \sin(\theta_l), \quad (2.4)$$

其中 d_{BS} 是相邻天线的距离， λ 表示载波波长， θ_l 是关于 y 轴方向的出发角。类似地， $u_{y,l}$ 和 $u_{z,l}$ 表示有效到达角，即相邻反射元沿 y 轴和 z 轴的相位差

$$u_{y,l} \triangleq 2\pi \frac{d_{\text{IRS}}}{\lambda} \cos(\gamma_l) \sin(\varphi_l), \quad (2.5)$$

$$u_{z,l} \triangleq 2\pi \frac{d_{\text{IRS}}}{\lambda} \sin(\gamma_l), \quad (2.6)$$

其中 d_{IRS} 表示相邻反射元的距离， γ_l 和 φ_l 分别表示仰角和方位角。

类似地，第 k 个用户到IRS的信道可以表示为

$$\mathbf{h}_{r,k} = \sum_{l=1}^{D_k} \beta_{kl} \mathbf{b}_{M_y \times M_z}(u_{y,kl}, u_{z,kl}), \quad (2.7)$$

其中 D_k 表示路径数量， β_{kl} 表示第 l 条路径的信道系数， $u_{y,kl}$ 和 $u_{z,kl}$ 分别表示沿着 y 轴和 z 轴的有效到达角

$$u_{y,kl} \triangleq 2\pi \frac{d_{\text{IRS}}}{\lambda} \cos(\gamma_{kl}) \sin(\varphi_{kl}), \quad (2.8)$$

$$u_{z,kl} \triangleq 2\pi \frac{d_{\text{IRS}}}{\lambda} \sin(\gamma_{kl}), \quad (2.9)$$

其中 γ_{kl} 和 φ_{kl} 分别表示相应的仰角和方位角。

2.2.2 传输机制

如图 2.2 所示，考虑一个传输帧的时间间隔，BS-IRS信道在同一传输帧期间保持不变。一个传输帧由 $T_L \gg 1$ 个时间块组成，每个时间块包含 τ 个时隙（即符号时间），用户-IRS信道在每个时间块内保持不变。

一个传输帧可以分为两个传输阶段。第一个传输阶段包含 $T_{L1} \ll T_L$ 个时间块，IRS在第一个传输阶段估计BS-IRS信道，然后将所估计的信道反馈给BS。¹ 具体而言，BS向IRS发送导频符号，IRS的半无源反射元切换至接收导频信号的感应模式，而其他纯无源反射元则处于关闭状态。然后，IRS根据半无源反射元接收到的信号估计BS-IRS信道，并将其反馈给BS。

第二个传输阶段包含 $T_{L2} \triangleq T_L - T_{L1}$ 个时间块。每个时间块由两个子时间块组成，上行训练子时间块和数据传输子时间块。在上行训练期间，IRS运行在感应模式，用户向IRS发送导频符号。IRS根据接收的导频信号估计用户-IRS信道，并将其反馈给BS。BS基于所有估计的CSI，设计BS预编码矩阵和IRS无源波束，并将无源波束参数反馈给IRS。最后，在下行数据传输期间，IRS运行在反射模式，并采用所设计的无源波束增强下行链路数据传输。

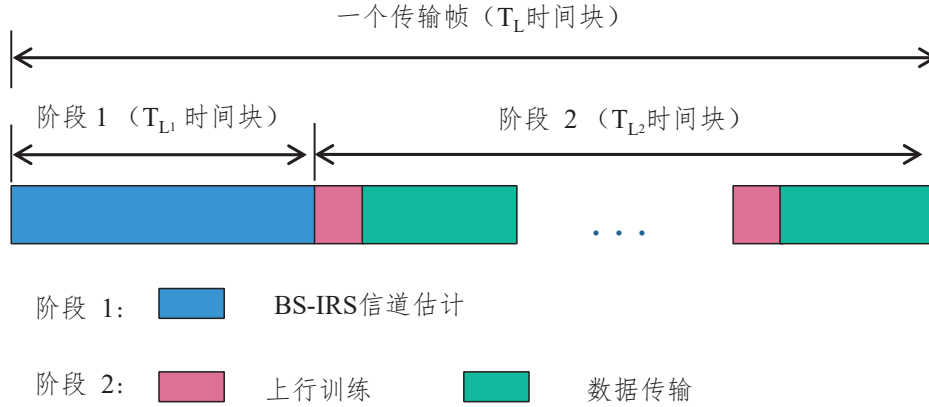


图 2.2 传输机制

2.3 信道估计

如何从有限的IRS接收信号中恢复出完整的信道矩阵是半无源IRS信道估计面临的主要挑战。传统的CS重建方法尝试利用信道的稀疏性来恢复出完整的信道。但是，由于这些CS重建方法通常涉及复杂的非凸优化问题，因此难以获得最优解。一些次优算法，例如基追踪^[73]，通常涉及大规模优化问题，因此具有较高的计算复杂度。为了解决这个问题，本章提出了一种具有极低导频开销和复杂度的信道估计方案。通过采用简单的基于ESPRIT的方法，可以准确地估计出BS-IRS以及用户-IRS信道，而不需要求解复杂的优化问题。具体而言，在第一个传输阶段，估计BS-IRS信道。由于BS-IRS信道长期保持不

¹假设在所考虑的时间范围内，信道反馈完美，并且反馈延迟可以忽略不计^[17]。

变，因此仅需要在第二个传输阶段的后续时间块中估计实变的用户-IRS信道，从而显著减少了信道估计的导频开销。

2.3.1 阶段1：估计BS-IRS信道

在第一个传输阶段，所有半无源反射元运行在感应模式，而其他无源反射元均处于关闭状态。BS通过第 n 根天线发送导频符号 $\sqrt{p}\phi$ ，那么感应子表面接收到的信号为

$$\mathbf{x}_n = \sqrt{p}\bar{\mathbf{g}}_n\phi + \mathbf{n}_n, \quad (2.10)$$

其中 $\mathbf{x}_n \in \mathbb{C}^{M_0 \times 1}$ ， $\bar{\mathbf{g}}_n \in \mathbb{C}^{M_0 \times 1}$ 是第 n 根天线到感应子表面的信道， $\mathbf{n}_n \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_0})$ 表示加性高斯白噪声（Additive White Gaussian Noise, AWGN），其包含了由于低成本传感器所导致的量化噪声。将 $\bar{\mathbf{g}}_n$ 进一步表示为

$$\bar{\mathbf{g}}_n = \sum_{l=1}^D \beta_l [\mathbf{a}_N(v_l)]_n \mathbf{b}_{M_y,0 \times M_z,0}(u_{y,l}, u_{z,l}) = \mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z) \mathbf{A}_n(\mathbf{v}) \boldsymbol{\beta}, \quad (2.11)$$

其中 $\mathbf{u}_y \triangleq [u_{y,1}, \dots, u_{y,D}]^T \in \mathbb{C}^{D \times 1}$ ， $\mathbf{u}_z \triangleq [u_{z,1}, \dots, u_{z,D}]^T \in \mathbb{C}^{D \times 1}$ ， $\mathbf{v} \triangleq [v_1, \dots, v_D]^T \in \mathbb{C}^{D \times 1}$ ， $\boldsymbol{\beta} \triangleq [\beta_1, \dots, \beta_D]^T \in \mathbb{C}^{D \times 1}$ ， $\mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z) \in \mathbb{C}^{M_0 \times D}$ 和 $\mathbf{A}_n(\mathbf{v}) \in \mathbb{C}^{D \times D}$ 分别为

$$\mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z) \triangleq [\mathbf{b}_{M_y,0 \times M_z,0}(u_{y,1}, u_{z,1}), \dots, \mathbf{b}_{M_y,0 \times M_z,0}(u_{y,D}, u_{z,D})], \quad (2.12)$$

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{v}) \triangleq \text{diag}(\mathbf{a}_{N,n}), \quad (2.13)$$

其中 $\mathbf{a}_{N,n} \triangleq [[\mathbf{a}_N(v_1)]_n, \dots, [\mathbf{a}_N(v_D)]_n]^T \in \mathbb{C}^{D \times 1}$ ， $\mathbf{b}_{M_y,0 \times M_z,0} \in \mathbb{C}^{M_0 \times 1}$ 是感应子表面的阵列响应向量。

因此，(2.10)可以进一步表示为

$$\mathbf{x}_n = \sqrt{p}\mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z) \mathbf{A}_n(\mathbf{v}) \boldsymbol{\beta}\phi + \mathbf{n}_n. \quad (2.14)$$

因为ESPRIT方法^[74]可以同时估计到达角（Angle of Arrival, AoA）和出发角（Angle of Departure, AoD），受到该方法的启发，接下来将利用来自两个特定天线的接收信号的相关性来估计有效的AoA和AoD（即 \mathbf{u}_y 、 \mathbf{u}_z 和 \mathbf{v} ）以及路径数量 D ，进而估计BS-IRS信道 \mathbf{G} 的剩余参数（即 $\boldsymbol{\beta}$ ）。在不失一般性的前提下，选择两个相邻的天线（用天线 $n = 1, 2$ 表示）分别发送导频信号。

IRS感应子表面接收到的来自BS第 n 根天线的信号 \mathbf{x}_n 的自相关矩阵为

$$\mathbf{R}_{n,n} \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^H\} = p\mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z) \mathbf{A}_n(\mathbf{v}) \mathbf{R}_{\boldsymbol{\beta}} \mathbf{A}_n^H(\mathbf{v}) \mathbf{B}_{\text{sens}}^H(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z) + \sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_0}, \quad (2.15)$$

其中 $\mathbf{R}_\beta \triangleq \beta\beta^H$ 。IRS 感应子表面接收信号 \mathbf{x}_m 和 \mathbf{x}_n 的相关矩阵为

$$\mathbf{R}_{m,n} \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{x}_m\mathbf{x}_n^H\} = p\mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)\mathbf{A}_m(\mathbf{v})\mathbf{R}_\beta\mathbf{A}_n^H(\mathbf{v})\mathbf{B}_{M_0}^H(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z). \quad (2.16)$$

利用文献^[75]中的结果可得

$$\mathbf{R}_{m,n}\bar{\mathbf{R}}_{n,n}^\dagger\mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z) = \mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)\mathbf{A}_m(\mathbf{v}), \quad (2.17)$$

其中 $\bar{\mathbf{R}}_{n,n}^\dagger$ 表示文献^[75]中所定义的矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{n,n} \triangleq \mathbf{R}_{n,n} - \sigma_0^2\mathbf{I}_{M_0}$ 的伪逆。

由于 $\mathbf{A}_m(\mathbf{v})$ 是一个对角矩阵，因此 $\mathbf{A}_m(\mathbf{v})$ 的对角元素和 $\mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$ 的列向量分别组成了 $\mathbf{R}_{m,n}\bar{\mathbf{R}}_{n,n}^\dagger$ 的特征值和特征向量。此外， $\mathbf{R}_{m,n}\bar{\mathbf{R}}_{n,n}^\dagger$ 的秩为 D 。通过对 $\mathbf{R}_{m,n}\bar{\mathbf{R}}_{n,n}^\dagger$ 进行特征值分解，并选择 D 个最大特征值及其对应的特征向量，可以得到 $\mathbf{A}_m(\mathbf{v})$ 的对角元素以及 $\mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$ 的列向量。因此，可以通过 $\mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$ 和 $\mathbf{A}_m(\mathbf{v})$ 估计 D , \mathbf{u}_y , \mathbf{u}_z 以及 \mathbf{v} 。而信道系数 β 则可根据(2.10)进行估计

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{p\phi}}(\Upsilon_n^H\Upsilon_n)^{-1}\Upsilon_n^H\bar{\mathbf{x}}_n, \quad (2.18)$$

其中 $\Upsilon_n \triangleq \mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)\mathbf{A}_n(\mathbf{v})$, $\bar{\mathbf{x}}_n \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{x}_n\}$ 。

接下来，将根据矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{1,1}$ 和 $\bar{\mathbf{R}}_{2,1}$ 的特征结构估计 BS-IRS 信道。

2.3.1.1 估计接收信号的自相关矩阵以及互相关矩阵

在第一个传输阶段的前 $\tau_0 \triangleq T_{L_1}\tau/2$ 个时隙，BS 通过第一根天线发送导频符号，而在第一个传输阶段的其余 τ_0 个时隙中，BS 通过第二根天线发送导频符号。这样，IRS 获得了来自天线 $n = 1, 2$ 的信号序列： $\mathbf{x}_n(i), n = 1, 2, i = 1, \dots, \tau_0$ 。为了消除接收信号的相干性，采用前向-后向空间平滑 (Forward-Backward Spatial Smoothing, FBSS) 技术^[76]对这些接收信号进行预处理。具体而言，构造 N_{micro} 个微表面，其中每个微表面包含 $L_{\text{micro}} = Q_y \times Q_z$ 个半无源反射元。如图2.3所示，每个微表面都是前一个微表面沿 z 轴方向移动了一行，或沿 y 方向移动了一列所获得。

将第 m 个微表面接收到的来自基站第 n 根天线的信号表示为 $\mathbf{x}_n^{(m)}(i) \in \mathbb{C}^{L_{\text{micro}} \times 1}, i = 1, \dots, \tau_0$ 。采用 FBSS 技术之后得到了自相关矩阵 $\mathbf{R}_{1,1}^{\text{micro}} \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{x}_1^{(m)}(i)[\mathbf{x}_1^{(m)}(i)]^H\}$ 的估计值

$$\hat{\mathbf{R}}_{1,1}^{\text{micro}} = \frac{1}{2\tau_0 N_{\text{micro}}} \sum_{i=1}^{\tau_0} \sum_{m=1}^{N_{\text{micro}}} \left\{ \mathbf{x}_1^{(m)}(i)[\mathbf{x}_1^{(m)}(i)]^H + \mathbf{J}[\mathbf{x}_1^{(m)}(i)]^*[\mathbf{x}_1^{(m)}(i)]^T \mathbf{J} \right\}, \quad (2.19)$$

其中 \mathbf{J} 是交换矩阵，其反对角线元素为 1，其余元素全为 0。类似地，互相关矩阵 $\mathbf{R}_{2,1}^{\text{micro}} \triangleq \mathbb{E}\{\mathbf{x}_2^{(n)}(i)[\mathbf{x}_1^{(n)}(i)]^H\}$ 的估计值为

$$\hat{\mathbf{R}}_{2,1}^{\text{micro}} = \frac{1}{2\tau_0 N_{\text{micro}}} \sum_{i=1}^{\tau_0} \sum_{n=1}^{N_{\text{micro}}} \left\{ \mathbf{x}_2^{(n)}(i)[\mathbf{x}_1^{(n)}(i)]^H + \mathbf{J}[\mathbf{x}_2^{(n)}(i)]^*[\mathbf{x}_1^{(n)}(i)]^T \mathbf{J} \right\}. \quad (2.20)$$

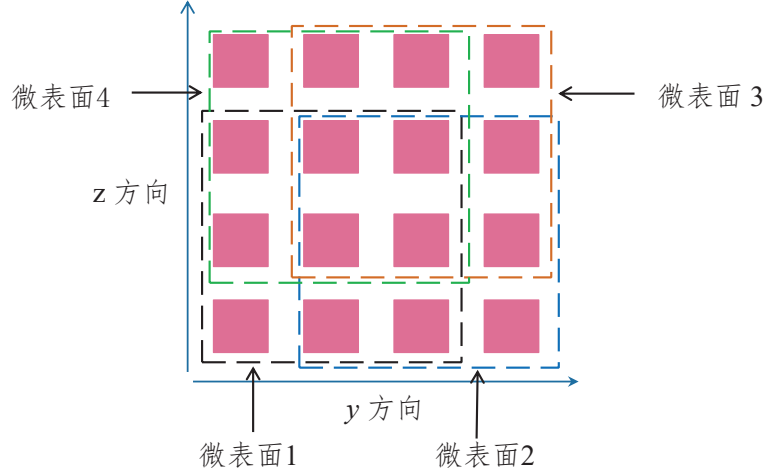


图 2.3 微表面示意图

2.3.1.2 估计路径数量 D

定义 $\bar{\mathbf{R}}_{1,1}^{\text{micro}} \triangleq \hat{\mathbf{R}}_{1,1}^{\text{micro}} - \sigma_0^2 \mathbf{I}_{L_{\text{micro}}}$ 。计算 $\bar{\mathbf{R}}_{1,1}^{\text{micro}}$ 的特征值。由于最小特征值等于噪声方差，因此一共有 $L_{\text{micro}} - \hat{D}$ 个最小特征值，可以通过观察 $\bar{\mathbf{R}}_{1,1}^{\text{micro}}$ 最小特征值来估计路径数 \hat{D} 。

2.3.1.3 估计 \mathbf{u}_y 和 \mathbf{u}_z

对 $\bar{\mathbf{R}}_{2,1}^{\text{micro}} [\bar{\mathbf{R}}_{1,1}^{\text{micro}}]^\dagger$ 进行特征值分解得到

$$\hat{\mathbf{R}}_{2,1}^{\text{micro}} [\bar{\mathbf{R}}_{1,1}^{\text{micro}}]^\dagger = \mathbf{U} \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{L_{\text{micro}}}) \mathbf{U}^H, \quad (2.21)$$

其中 $\mathbf{U} \triangleq [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{L_{\text{micro}}}]$ ，特征值 $\lambda_1, \dots, \lambda_{L_{\text{micro}}}$ 降序排列。

计算 v_l 的估计值

$$\hat{v}_l = \text{angle}(\lambda_l), l = 1, \dots, \hat{D}, \quad (2.22)$$

其中 $\text{angle}(c)$ 表示复数 c 的相位（单位：弧度）。

计算 $(u_{y,l}, u_{z,l})$ 的估计值

$$(\hat{u}_{y,l}, \hat{u}_{z,l}) = \arg \max_{u_{y,l}, u_{z,l} \in [-\pi, \pi]} |\mathbf{u}_l^H \mathbf{b}_{Q_y \times Q_z}(u_{y,l}, u_{z,l})|, l = 1, \dots, \hat{D}, \quad (2.23)$$

其中 $\mathbf{b}_{Q_y \times Q_z} \in \mathbb{C}^{L_{\text{micro}} \times 1}$ 是微表面的阵列响应向量。

2.3.1.4 估计 β

计算

$$\hat{\mathbf{x}}_1 = \frac{1}{\tau_0} \sum_{i=1}^{\tau_0} \mathbf{x}_1(i). \quad (2.24)$$

根据(2.18)可得

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \frac{1}{\sqrt{p\phi}} \left(\hat{\mathbf{Y}}_1^H \hat{\mathbf{Y}}_1 \right)^{-1} \hat{\mathbf{Y}}_1^H \hat{\mathbf{x}}_1, \quad (2.25)$$

其中 $\hat{\mathbf{Y}}_1 \triangleq \mathbf{B}_{\text{sens}}(\hat{\mathbf{u}}_y, \hat{\mathbf{u}}_z) \mathbf{A}_1(\hat{\mathbf{v}})$ 。

最后, 结合1), 2), 3) 和4)可得BS-IRS信道的估计值

$$\hat{\mathbf{G}} = \sum_{l=1}^{\hat{D}} \hat{\beta}_l \mathbf{b}_{M_y \times M_z}(\hat{u}_{y,l}, \hat{u}_{z,l}) \mathbf{a}_N^T(\hat{v}_l). \quad (2.26)$$

2.3.2 阶段2: 估计用户-IRS信道

获得BS-IRS信道之后, 仅需要估计每个后续时间块的用户-IRS信道, 每个时间块被分为两个子时间块, 即包含 $\tau_1 = K\tau_p$ 个符号的上行训练子时间块和包含 $\tau_2 = \tau - \tau_1$ 个符号的数据传输子时间块, 其中 τ_p 是每个用户的导频长度。

在上行训练子时间块期间, K 个用户在不同的时隙向IRS发送导频符号。在不失一般性的前提下, 假设第 k 个用户在时隙 $\mathcal{T}_k = \{(k-1)\tau_p + 1, \dots, k\tau_p\}$ 向IRS发送导频信号。当估计用户-IRS信道时, IRS运行在感应模式, 其感应子表面在时隙 $t \in \mathcal{T}_k$ 接收到的信号为

$$\mathbf{y}(t) = \bar{\mathbf{h}}_{r,k} \sqrt{p_k} \phi_k + \mathbf{n}(t), t \in \mathcal{T}_k, \quad (2.27)$$

其中 $\bar{\mathbf{h}}_{r,k} \in \mathbb{C}^{M_0 \times 1}$ 是第 k 个用户到感应子表面的信道, ϕ_k 是第 k 个用户的导频符号, p_k 是导频符号的功率, $\mathbf{n}(t) \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_0^2 \mathbf{I}_{M_0})$ 是AWGN。将 $\bar{\mathbf{h}}_{r,k}$ 进一步表示为

$$\bar{\mathbf{h}}_{r,k} = \sum_{l=1}^{D_k} \beta_{kl} \mathbf{b}_{M_y,0 \times M_z,0}(u_{y,kl}, u_{z,kl}) = \mathbf{B}_k \boldsymbol{\beta}_k, \quad (2.28)$$

其中 $\mathbf{B}_k \in \mathbb{C}^{M_0 \times D_k}$ 和 $\boldsymbol{\beta}_k \in \mathbb{C}^{D_k \times 1}$ 分别为

$$\mathbf{B}_k \triangleq \mathbf{B}_{\text{sens}}(\mathbf{u}_{y,k}, \mathbf{u}_{z,k}), \quad (2.29)$$

$$\boldsymbol{\beta}_k \triangleq [\beta_{k1}, \dots, \beta_{kD_k}]^T, \quad (2.30)$$

其中 $\mathbf{u}_{y,k} \in \mathbb{C}^{D_k \times 1}$ 和 $\mathbf{u}_{z,k} \in \mathbb{C}^{D_k \times 1}$ 被分别定义为

$$\mathbf{u}_{y,k} \triangleq [u_{y,k1}, \dots, u_{y,kD_k}]^T, \quad (2.31)$$

$$\mathbf{u}_{z,k} \triangleq [u_{z,k1}, \dots, u_{z,kD_k}]^T. \quad (2.32)$$

因此, 可以将感应子表面的接收信号进一步表示为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}_k \boldsymbol{\beta}_k \sqrt{p_k} \phi_k + \mathbf{n}(t), t \in \mathcal{T}_k. \quad (2.33)$$

根据 $\mathbf{y}(t), t \in \mathcal{T}_k$ ，并利用类似于章节2.3.1中提出的基于ESPRIT的信道估计方法，可以估计出参数 D_k ， β_{kl} ， $u_{y,kl}$ 以及 $u_{z,kl}$ 。结合这些参数即可得到用户-IRS信道的估计值。

由于每个用户只有一根天线，因此只需要估计对应于用户-IRS信道的有效AoA（即 $u_{y,kl}$ 和 $u_{z,kl}$ ）。BS-IRS信道估计方案采用改进的ESPRIT的方法^[74]来估计有效AoA和AoD，而用户-IRS信道估计方案则结合使用MUSIC和TLS ESPRIT方法^[76]来估计有效AoA，从而避免了复杂的二维搜索过程。具体而言，首先通过采用TLS ESPRIT方法，分别估计对应于 y 轴（即 $u_{y,kl}$ ）和 z 轴（即 $u_{z,kl}$ ）的有效AoA。然后，采用MUSIC方法，将对应于 y 轴的有效AoA与对应于 z 轴的有效AoA进行配对。

将第 m 个微表面的接收信号表示为 $\mathbf{y}^{(m)}(t)$ 。计算 $\mathbf{y}^{(m)}(t), t \in \mathcal{T}_k$ 的自相关矩阵，即 $\mathbf{R}_k^{\text{micro}} = \mathbb{E}\{\mathbf{y}^{(m)}(t)[\mathbf{y}^{(m)}(t)]^H\}$ 的估计值

$$\hat{\mathbf{R}}_k^{\text{micro}} = \frac{1}{2\tau_p L_{\text{micro}}} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sum_{m=1}^{N_{\text{micro}}} \{\mathbf{y}^{(m)}(t)[\mathbf{y}^{(m)}(t)]^H + \mathbf{J}[\mathbf{y}^{(m)}(t)]^*[\mathbf{y}^{(m)}(t)]^T \mathbf{J}\}.$$

之后，对 $\hat{\mathbf{R}}_k^{\text{micro}}$ 进行特征值分解得到

$$\hat{\mathbf{R}}_k^{\text{micro}} = \mathbf{U}_k \text{diag}(\lambda_{k,1}, \dots, \lambda_{k,L_{\text{micro}}}) \mathbf{U}_k^H, \quad (2.34)$$

其中 $\mathbf{U}_k \triangleq [\mathbf{u}_{k,1}, \dots, \mathbf{u}_{k,L_{\text{micro}}}]$ ，特征值 $\lambda_{k,1}, \dots, \lambda_{k,L_{\text{micro}}}$ 降序排列。

2.3.2.1 估计 D_k

由于最小特征值等于噪声方差，共有 $L_{\text{micro}} - \hat{D}_k$ 个最小特征值，因此路径数量 D_k 可以简单地通过观察 $\hat{\mathbf{R}}_k^{\text{micro}}$ 的最小特征值得到。

2.3.2.2 采用TLS ESPRIT方法估计 $\mathbf{u}_{y,k}$

如图2.4(a)所示，构造微表面1的两个 $L_{\text{aux},y} = (Q_y - 1) \times Q_z$ 的辅助子表面以协助估计 $\mathbf{u}_{y,k}$ 。对应于辅助子表面的信号子空间为

$$\mathbf{U}_{S,k}^{(n)} \triangleq \mathbf{J}_n \mathbf{U}_{S,k}, n = 1, 2, \quad (2.35)$$

其中 $\mathbf{U}_{S,k} \triangleq [\mathbf{u}_{k,1}, \dots, \mathbf{u}_{k,D_k}] \in \mathbb{C}^{L_{\text{micro}} \times \hat{D}_k}$ ， $\mathbf{J}_n \in \mathbb{R}^{L_{\text{aux},y} \times L_{\text{micro}}}, n \in \{1, 2\}$ 是一个选择矩阵，其矩阵元素为0或者1。如果微表面1的第 j 个反射元对应于辅助子表面 $n \in \{1, 2\}$ 的第 i 个元素，那么 $[\mathbf{J}_n]_{ij} = 1$ ，否则 $[\mathbf{J}_n]_{ij} = 0$ 。

计算

$$\Phi_{\text{TLS},k} = -\mathbf{V}_{k,12} \mathbf{V}_{k,22}^{-1}, \quad (2.36)$$

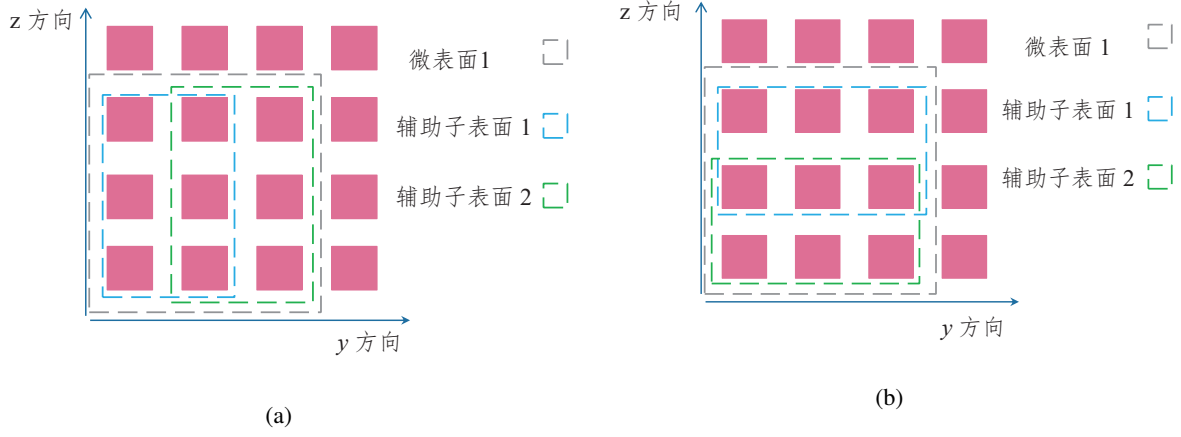


图 2.4 辅助子表面示意图

其中 $\mathbf{V}_{k,12}$ 和 $\mathbf{V}_{k,22}$ 是 $\hat{D}_k \times \hat{D}_k$ 的矩阵，并由以下 $2\hat{D}_k \times 2\hat{D}_k$ 矩阵的特征值分解结果所定义

$$\mathbf{C}_k \triangleq \left[\mathbf{U}_{S,k}^{(1)}, \mathbf{U}_{S,k}^{(2)} \right]^H \left[\mathbf{U}_{S,k}^{(1)}, \mathbf{U}_{S,k}^{(2)} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{k,11} & \mathbf{V}_{k,12} \\ \mathbf{V}_{k,21} & \mathbf{V}_{k,22} \end{bmatrix} \Lambda_C \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{k,11} & \mathbf{V}_{k,12} \\ \mathbf{V}_{k,21} & \mathbf{V}_{k,22} \end{bmatrix}^H, \quad (2.37)$$

其中 $\Lambda_C \triangleq \text{diag}(\lambda_{C,1}, \dots, \lambda_{C,2\hat{D}_k})$ ，其特征值降序排列。

对 $\Phi_{\text{TLS},k}$ 进行特征值分解得到其特征值 $\lambda_{\text{TLS},kl}$, $l = 1, \dots, \hat{D}_k$ 。因此， $u_{y,kl}$ 的估计值为

$$\check{u}_{y,kl} = \text{angle}(\lambda_{\text{TLS},kl}), l = 1, \dots, \hat{D}_k. \quad (2.38)$$

2.3.2.3 采用 TLS ESPRIT 方法估计 $\mathbf{u}_{z,k}$

如图 2.4(b) 所示，构造微表面 1 的两个 $L_{\text{aux},z} = Q_y \times (Q_z - 1)$ 的辅助子表面以协助估计 $\mathbf{u}_{z,k}$ 。采用和估计 $\mathbf{u}_{y,k}$ 相同的方法，即可得到 $\check{\mathbf{u}}_{z,k}$ 。

2.3.2.4 采用 MUSIC 方法对 $\check{u}_{z,kj}$ 和 $\check{u}_{y,ki}$ 进行配对

令 $\check{f}_{k,ij} \triangleq \mathbf{b}_{Q_y \times Q_z}^H(\check{u}_{y,ki}, \check{u}_{z,kj}) \mathbf{U}_{N,k}$ ，其中 $\mathbf{U}_{N,k} \triangleq [\mathbf{u}_{k,\hat{D}_k+1}, \dots, \mathbf{u}_{k,L_{\text{micro}}}] \in \mathbb{C}^{L_{\text{micro}} \times (L_{\text{micro}} - \hat{D}_k)}$ ，之后计算

$$f(\check{u}_{y,ki}, \check{u}_{z,kj}) = \check{f}_{k,ij} \check{f}_{k,ij}^H, i, j = 1, \dots, \hat{D}_k, \quad (2.39)$$

并选择 \hat{D}_k 个最小值 $f(\hat{u}_{y,kl}, \hat{u}_{z,kl})$, $l = 1, \dots, \hat{D}_k$ ，其中 $\hat{u}_{y,kl} \in \{\check{u}_{y,k1}, \dots, \check{u}_{y,k\hat{D}_k}\}$ 和 $\hat{u}_{z,kl} \in \{\check{u}_{z,k1}, \dots, \check{u}_{z,k\hat{D}_k}\}$ 。

2.3.2.5 估计 β_k

计算

$$\hat{\mathbf{B}}_k \triangleq \mathbf{B}_{\text{sens}}(\hat{\mathbf{u}}_{y,k}, \hat{\mathbf{u}}_{z,k}), \quad (2.40)$$

$$\bar{\mathbf{y}}_k = \frac{1}{\tau_p} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \mathbf{y}(t). \quad (2.41)$$

根据上式，计算 β_k 的估计值

$$\hat{\beta}_k = \frac{1}{\sqrt{p_k} \phi_k} \left(\hat{\mathbf{B}}_k^H \hat{\mathbf{B}}_k \right)^{-1} \hat{\mathbf{B}}_k^H \bar{\mathbf{y}}_k. \quad (2.42)$$

最后，结合1)-6)可得用户-IRS信道的估计值

$$\hat{\mathbf{h}}_{r,k} = \sum_{l=1}^{\hat{D}_k} \hat{\beta}_{kl} \mathbf{b}_{M_y \times M_z}(\hat{u}_{y,kl}, \hat{u}_{z,kl}). \quad (2.43)$$

注2.1. 基于ESPRIT的信道估计方案每个时间块的平均训练时间（以符号为单位）为

$$\bar{\tau}^{\text{ESPRIT}} = \frac{T_{L1}\tau + T_{L2}K\tau_p}{T_L}. \quad (2.44)$$

可以看出训练时间与IRS反射元的数量无关，并且与用户数量成正比。令 $\tau_p = 1$ ，可以得到基于ESPRIT的信道估计方案的最小训练时间

$$\bar{\tau}_{\min}^{\text{ESPRIT}} = \frac{T_{L1}\tau + T_{L2}K}{T_L}. \quad (2.45)$$

而且，由于 $T_{L1} \ll T_L$ ，因此 $\bar{\tau}_{\min}^{\text{ESPRIT}}$ 可以近似为

$$\bar{\tau}_{\min}^{\text{ESPRIT}} = K, \quad (2.46)$$

可以看出，此时训练时间仅由用户数目决定，而传统的基于级联信道的估计方案的训练开销与IRS反射元的数量成比例，因此，所提出的方案显著降低了信道估计的导频开销。例如，基于LMMSE的级联信道估计方案^[30]的最小导频开销为

$$\bar{\tau}_{\min}^{\text{LMMSE}} = M + \max \left(K - 1, \left\lceil \frac{(K-1)M}{D} \right\rceil \right). \quad (2.47)$$

此外，可以通过在两个传输阶段之间灵活分配训练时间来进一步改善信道估计的性能。由于级联信道的MSE由BS-IRS信道估计以及用户-IRS信道估计的性能共同决定，因此期望通过合理分配训练时间，使得估计的BS-IRS信道和用户-IRS信道具有相似的MSE。

2.4 仿真结果

本节将提供仿真结果以验证所提出的信道估计方案的有效性。仿真设置如图 2.5 所示，其中 $K = 4$ 个用户位于水平面，BS 位于水平面上方 20m 处，而 IRS 位于水平面上方 5m 处。BS 到 IRS 和 IRS 到用户的距离分别设置为 $d_{\text{BSI}} = 50\text{m}$ 和 $d_{\text{IU}} = 6\text{m}$ 。BS 到 IRS 和用户到 IRS 的路径损耗指数分别设置为 2.3 和 2.2。路径损耗参考距离 1m 处的损耗设置为 30dB。进一步假设所有用户具有相同的发射功率： $p_k = P_u, \forall k$ 。除非另有说明，否则将使用以下参数设置： $N = 8, K = 4, M = 16 \times 16, M_0 = 4 \times 4, D = 3, D_k = D_u = 2, \forall k, T_L = 200, \tau = 1000$ ，噪声功率 $\sigma_0^2 = -80 \text{ dBm}$ 。

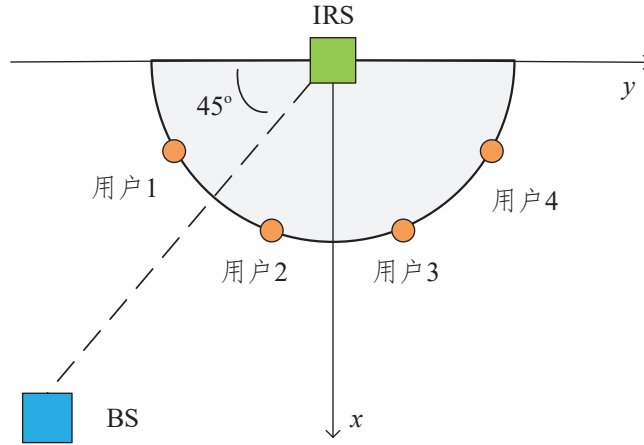


图 2.5 仿真设置示意图(俯视图)

2.4.1 对比基于CS的信道估计方案

首先将基于ESPRIT的信道估计方案与鲁棒性的基于CS的信道估计方案^[31]进行比较。基于CS的方案与基于ESPRIT的方案具有相同数量的半无源反射元。如图 2.1 所示，对于基于ESPRIT的方案，半无源元件位于IRS的角落，而对于基于CS的方案，半无源元件均匀地分布在IRS上。

图2.6(a) 展示了BS-RS估计信道的归一化MSE，其中 $T_{L_1} = 1$ ，归一化MSE被定义为

$$\epsilon^1 = \frac{\mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{G} - \hat{\mathbf{G}} \right\|^2 \right\}}{\mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{G} \right\|^2 \right\}}. \quad (2.48)$$

图 2.6(b)展示了用户-IRS估计信道的归一化MSE，其中 $\tau_p = 1$ ，归一化MSE被定义为

$$\epsilon^{\text{II}} = \frac{\sum_{k=1}^K \mathbb{E}\{\|\mathbf{h}_{r,k} - \hat{\mathbf{h}}_{r,k}\|^2\}}{\sum_{k=1}^K \mathbb{E}\{\|\mathbf{h}_{r,k}\|^2\}}. \quad (2.49)$$

当发射功率非常低时，基于CS的方案比基于ESPRIT的方案要稍微好一点，这是因为基于CS的方案采用了对噪声较不敏感的鲁棒性算法。然而，随着发射功率的增加，所提出的基于ESPRIT的方案变得优于基于CS的方案。而且，当发射功率增加时，所提方案的MSE一直减小而没有底限。相比之下，基于CS的方案MSE迅速达到了底限，这主要是由于预先离散的AoA/AoD的分辨率有限。值得注意的是，增加AoA/AoD的分辨率会导致由这些AoA/AoD参数化的导向矢量之间具有更强的相关性，这也会降低基于CS的方案的性能，因此预先离散的AoA/AoD的分辨率不能过高。另外，这两种方案的性能都会随着BS到IRS或者用户到IRS的路径数量的增加而变差。

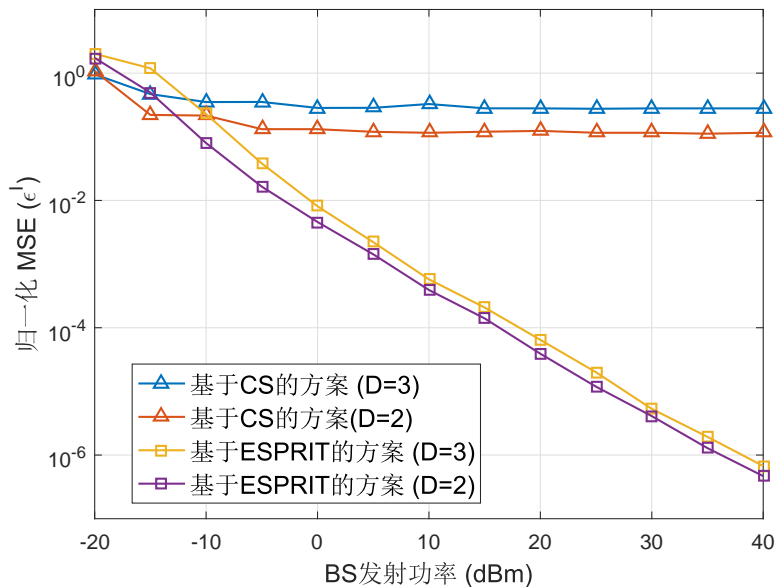
图2.7显示了训练时间对所提出的基于ESPRIT的信道估计方案和基于CS的信道估计方案的MSE的影响，其中 $p = 33\text{dBm}$ ， $p_u = 24\text{dBm}$ 。可以很容易地看出，所提出的基于ESPRIT的信道估计方案比基于CS的信道估计方案具有更好的性能。而且，随着训练时间的增加，它们之间的差距变得更大。而且，由于基于CS的信道估计方案受到预先离散的AoA/AoD分辨率的限制，因此其性能不会随着训练时间的增加而改善。此外，由于半无源反射元的比例降低，当反射元数量从64个增加到256个时，两种方案的性能都会变差。

2.4.2 对于基于LMMSE的级联信道估计方案

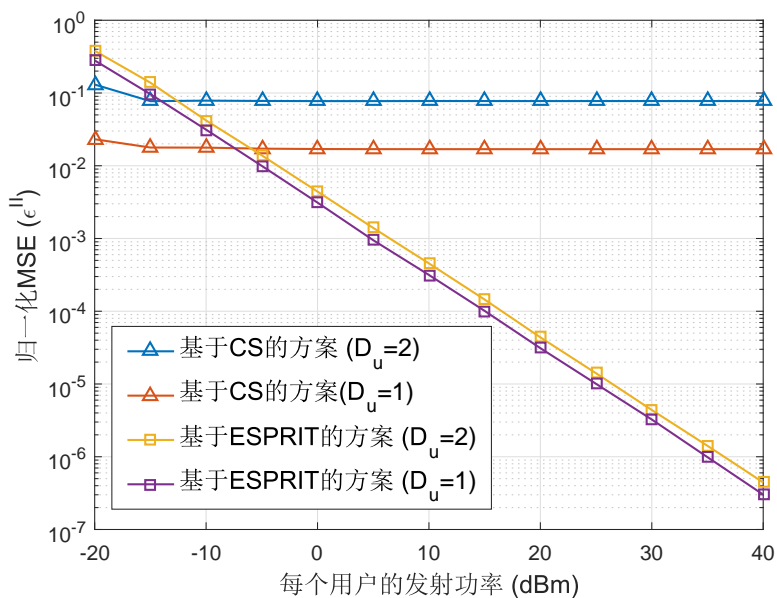
然后，将所提出的基于ESPRIT的信道估计方案与基于LMMSE的级联信道估计方案^[30]进行比较。级联信道估计方案是基于纯无源IRS的假设，BS根据用户发送的导频信号估计用户-IRS-BS级联信道。在所考虑的传输帧期间，基于LMMSE的级联信道估计方案所需的最小导频长度为 $T^{\text{LMMSE}} \triangleq T_L \left(M + \max \left(K - 1, \lceil \frac{(K-1)M}{D} \rceil \right) \right)$ 。令基于ESPRIT的信道估计方案的导频长度等于基于LMMSE的信道估计方案的导频长度： $T_{L_1}\tau + K(T_L - T_{L_1})\tau_p = T^{\text{LMMSE}}$ 。因此，对于给定的 T_{L_1} ， τ_p 由下式给出

$$\tau_p = \frac{T^{\text{LMMSE}} - T_{L_1}\tau}{K(T_L - T_{L_1})}. \quad (2.50)$$

另外，令两种信道估计方案具有相同的总发射功率，即 $p^{\text{LMMSE}}T^{\text{LMMSE}} = pT_{L_1}\tau + K(T_L - T_{L_1})\tau_p p_u$ ，其中 p^{LMMSE} 是基于LMMSE的信道估计方案的上行链路中每个导频符号的功率。对于基于ESPRIT的方案，进一步假设 $p = 10p_u$ 。因此，对于给定的 p^{LMMSE} ， p_u 和 p 分别由

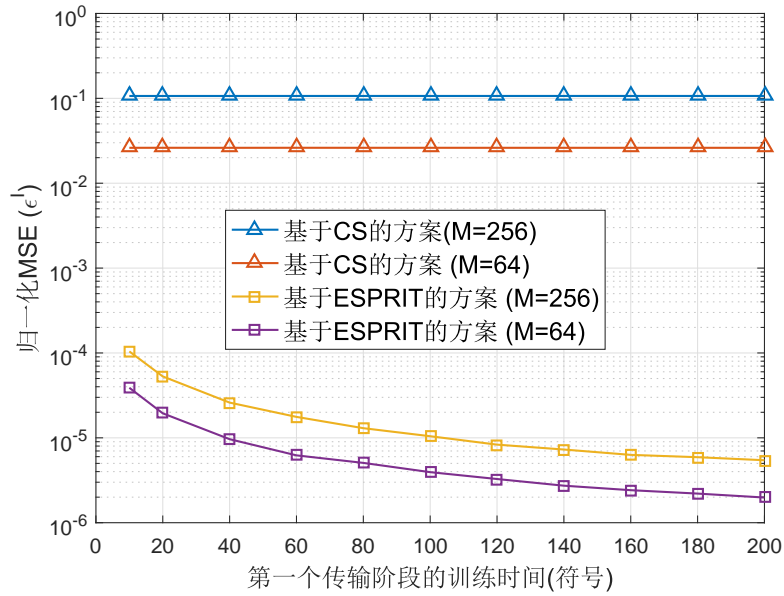


(a) BS-IRS信道估计

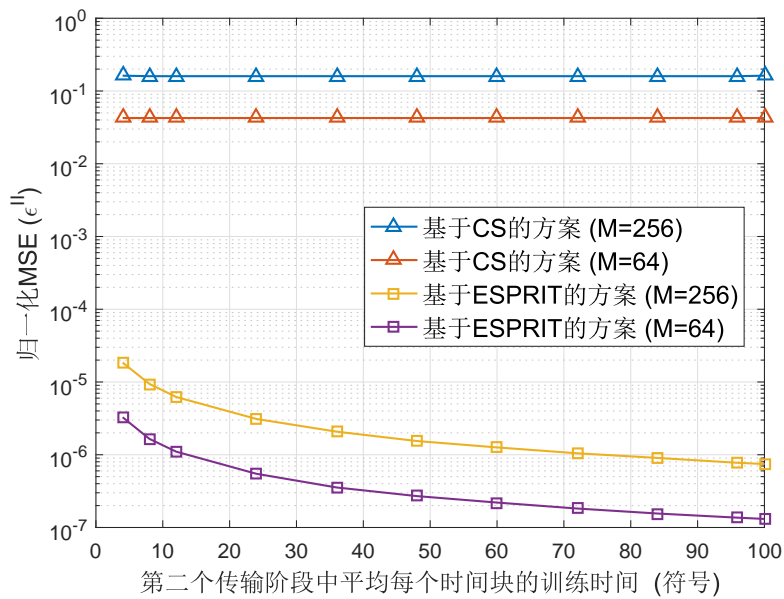


(b) 用户-IRS信道估计

图 2.6 基于ESPRIT的信道估计方案对比基于CS的信道估计方案



(a) BS-IRS信道估计



(b) 用户-IRS信道估计

图 2.7 训练时间对MSE的影响

下面的式子给出

$$p_u = \frac{p^{\text{LMMSE}} T^{\text{LMMSE}}}{10T_{L_1}\tau + K(T_L - T_{L_1})\tau_p}, \quad (2.51)$$

$$p = \frac{10p^{\text{LMMSE}} T^{\text{LMMSE}}}{10T_{L_1}\tau + K(T_L - T_{L_1})\tau_p}. \quad (2.52)$$

图2.8展示了级联信道的归一化MSE，其中 $T_{L_1} = 2$ ，归一化MSE被定义为

$$\epsilon = \frac{\sum_{k=1}^K \mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{G} \text{diag}(\mathbf{h}_{r,k}) - \hat{\mathbf{G}} \text{diag}(\hat{\mathbf{h}}_{r,k}) \right\|^2 \right\}}{\sum_{k=1}^K \mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{G} \text{diag}(\mathbf{h}_{r,k}) \right\|^2 \right\}}. \quad (2.53)$$

尽管仅使用了非常少的半无源反射元，但是所提出的基于ESPRIT的信道估计方案要远远优于基于LMMSE的信道估计方案。例如，在 $\frac{M_0}{M} = \frac{9}{256}$ 和 $p^{\text{LMMSE}} = 20\text{dBm}$ 的情况下，所提出的信道估计方案相比LMMSE方案取得了近30dB的性能增益。如此大的性能差距主要是由于所提出的信道估计方案中路径损耗的减少：BS-IRS信道和用户-IRS信道的路径损耗均远小于用户-IRS-BS级联信道。此外，当半无源反射元的数量从9增加到16时，所提出的信道估计方案可节省约10dB的发射功率。

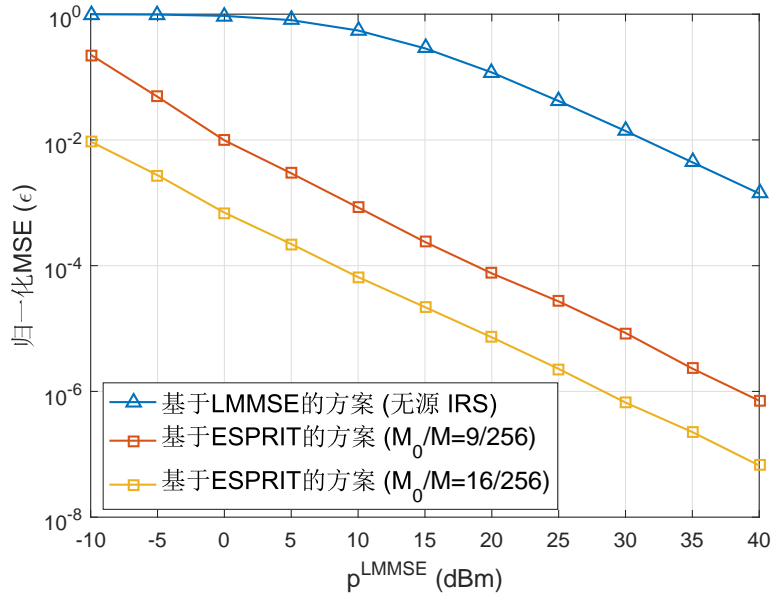


图 2.8 基于ESPRIT的信道估计方案对比基于LMMSE的信道估计方案

图2.9展示了分配给第一个传输阶段的训练时间对所提出的基于ESPRIT的信道估计方案的影响。当 T_{L_1} 较小时，级联信道估计的性能主要受BS-IRS信道估计的约束。增加第一个传输阶段的训练时间可以显著提高所提方案的性能。但是，如果将过多的训练时间分配

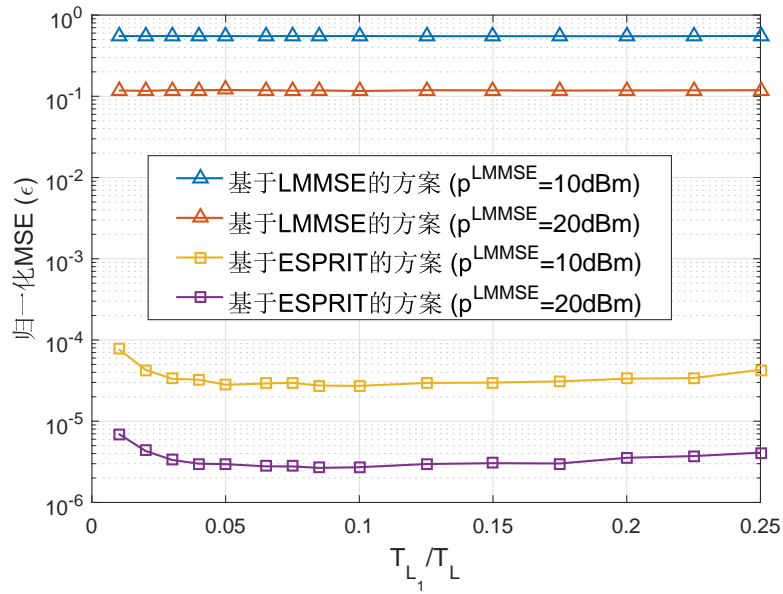


图 2.9 训练时间分配的影响

给第一个传输阶段，那么第二个传输阶段的训练时间将大大减少。在这种情况下，级联信道估计的性能主要受到用户-IRS信道估计的约束，因此所提出的方案的性能随着 T_{L_1} 的增加而逐渐变差。当 $\frac{T_{L_1}}{T_L} = 0.1$ 时可获得最佳的性能，这表明可以通过在两个传输阶段之间合理分配训练时间，来进一步改善所提方案的性能。分配的准则是在两个传输阶段之间分配训练时间，以使得估计的BS-IRS信道和用户-IRS信道具有相似的MSE。

2.5 本章小结

本章针对IRS辅助的多用户系统，提出了一种半无源反射元协助的信道估计框架。通过利用信道相干时间的差异，首先设计了包含两个传输阶段的传输机制，然后利用阵列结构和信道稀疏性，提出了一种基于ESPRIT的方法来估计BS到IRS的信道，并提出了基于TLS ESPRIT和MUSIC的算法来估计用户-IRS的信道。仿真结果证明所提出的信道估计方案远远优于传统的基于CS的信道估计方案和基于级联信道的估计方案。而且，所提出的信道估计方案的训练开销仅取决于用户数量，而与IRS反射元的数量无关，因此极大地降低了信道估计的导频开销。此外，还可以通过在两个传输阶段之间灵活分配训练时间来进一步改善所提出的信道估计方案的性能。

第三章 基于统计CSI的IRS辅助的无线通信系统

3.1 引言

为了获取瞬时CSI，上一章提出了基于半无源反射元的信道估计方案，虽然极大地降低了信道估计的导频开销，但是却牺牲了一部分硬件成本。而采用传统的级联信道估计方法获取瞬时CSI又存在着导频开销大的问题。为了在降低导频开销的同时不增加额外的硬件成本，本章针对纯无源IRS，提出了一种基于统计CSI的波束赋形方案，以规避瞬时CSI获取所需要的高导频开销或额外的硬件成本。原因如下：首先，统计CSI的获取比较简单；此外，统计CSI变化缓慢，从而避免了频繁的更新和大量的导频开销。具体而言，本章考虑了一个IRS辅助的MISO通信系统，该系统的发射机只获取了统计CSI，并利用统计CSI来联合设计有源波束和无源波束以最大化系统遍历容量。而且，根据发射机和接收机之间是否存在LoS路径，分别考虑两种情况，即莱斯衰落和瑞利衰落，进行波束的设计。结果表明，尽管仅使用了统计CSI，但是所提出的波束赋形算法与基于瞬时CSI的波束赋形算法^[13]取得了相近的性能，并且所提出的波束赋形方案的复杂度要远远低于基于瞬时CSI的波束赋形方案^[13]。

本章内容安排如下：3.2节介绍了IRS辅助的MISO通信系统的系统模型；3.3节分别针对莱斯衰落和瑞利衰落，解决了BS有源波束和IRS无源波束的联合优化问题；3.4节提供了数值仿真结果以验证所提出的波束赋形方案的性能；最后，3.5节对本章进行了总结。

3.2 系统模型

如图3.1所示，本章考虑一个三节点系统，其中多天线发射机在IRS协助下与单天线接收机通信。发射机具有 M 个天线，而IRS则具有 N 个反射元。除了IRS辅助的传播路径外，还考虑了发射机和接收机之间的直接路径。此外，假设发射机只有统计CSI，并且发射机和IRS之间的控制链路的通信没有误差。

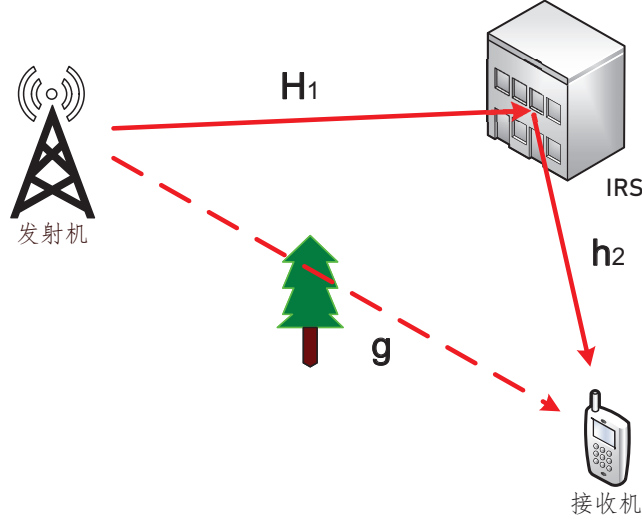


图 3.1 系统模型

接收机接收的信号 y 可以表示为

$$y = \sqrt{P} \left(\frac{\mathbf{h}_2^T \Phi \mathbf{H}_1}{\sqrt{d_1^{\alpha_1} d_2^{\alpha_2}}} + \frac{\mathbf{g}^T}{\sqrt{d_0^{\alpha_0}}} \right) \mathbf{f}x + n, \quad (3.1)$$

其中 P 是发射功率， x 是高斯信号并且满足 $\mathbb{E}\{xx^*\} = 1$ ， $\mathbf{f} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 是有源波束 ($\|\mathbf{f}\|^2 = 1$)， $\Phi = \text{diag}\{\phi\}$ 是相移矩阵， $\phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ ， $|\phi_n| = 1$ 。此外， $\mathbf{H}_1 \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 表示发射机和IRS之间的信道， $\mathbf{h}_2 \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示IRS和接收机之间的信道， n 是均值为0方差为 N_0 的AWGN， d_k ， α_k ， $k = 0, 1, 2$ 分别表示节点之间的距离，以及相应的路径损耗指数。

假设将IRS部署在一个比较理想的位置，即IRS到发射机和接收机存在LoS路径，因此可以采用莱斯分布对衰落信道进行建模，即

$$\mathbf{H}_1 = \sqrt{\frac{K_1}{K_1 + 1}} \bar{\mathbf{H}}_1 + \sqrt{\frac{1}{K_1 + 1}} \tilde{\mathbf{H}}_1, \quad (3.2)$$

$$\mathbf{h}_2 = \sqrt{\frac{K_2}{K_2 + 1}} \bar{\mathbf{h}}_2 + \sqrt{\frac{1}{K_2 + 1}} \tilde{\mathbf{h}}_2, \quad (3.3)$$

其中 K_i ， $i = 1, 2$ 表示莱斯因子， $\tilde{\mathbf{H}}_1$ 和 $\tilde{\mathbf{h}}_2$ 表示非视距 (Non-Line-of-Sight, NLoS) 分量，其元素服从零均值高斯分布，且具有单位方差。此外， $\bar{\mathbf{H}}_1$ 和 $\bar{\mathbf{h}}_2$ 表示LoS分量，由ULA的响应给出。例如，

$$\bar{\mathbf{H}}_1 = \mathbf{a}_N(\theta_{\text{AoA},1}) \mathbf{a}_M^T(\theta_{\text{AoD},1}), \bar{\mathbf{h}}_2 = \mathbf{a}_N(\theta_{\text{AoD},2}), \quad (3.4)$$

其中 $\mathbf{a}_N(\theta) \triangleq [1, e^{j\theta}, \dots, e^{j(N-1)\theta}]^T$ ， $\theta_{\text{AoA},1}$ 表示AoD， $\theta_{\text{AoD},1}$ 和 $\theta_{\text{AoD},2}$ 分别表示来自发射机和IRS的AoD。

针对BS与用户之间的直接信道，考虑两种情况，即莱斯衰落和瑞利衰落。由于瑞利衰

落是莱斯衰落的特殊情况，因此信道矢量可以表示为

$$\mathbf{g} = \sqrt{\frac{K_0}{K_0+1}} \bar{\mathbf{g}} + \sqrt{\frac{1}{K_0+1}} \tilde{\mathbf{g}}, \quad (3.5)$$

其中 K_0 是莱斯因子， $\tilde{\mathbf{g}}$ 表示NLoS分量，其元素服从零均值复高斯分布，且具有单位方差。此外， $\bar{\mathbf{g}} \triangleq \mathbf{a}_M(\theta_{\text{AoD},0})$ 表示LoS分量。

当接收机有瞬时CSI时，系统的瞬时信道容量可以表示为

$$C = \log_2 \left(1 + \gamma_0 |(\mathbf{h}_2^T \Phi \mathbf{H}_1 + \lambda \mathbf{g}^T) \mathbf{f}|^2 \right),$$

其中 $\gamma_0 = \frac{P}{d_1^{\alpha_1} d_2^{\alpha_2} N_0}$ 和 $\lambda = \sqrt{\frac{d_1^{\alpha_1} d_2^{\alpha_2}}{d_0^{\alpha_0}}}$ 。

由于瞬时CSI获取导频开销过大，本章考虑更为实际的情况，即BS和IRS只有统计CSI，发射机不是根据瞬时CSI来最大化瞬时信道容量，而是利用统计CSI通过联合设计有源波束 \mathbf{f} 和无源波束 ϕ 来最大化遍历容量。因此，建立以下优化问题P1：

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}, \phi} \quad & \mathbb{E}\{C\} \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{f}\|^2 = 1, |\phi_i| = 1, i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.6)$$

3.3 有源波束和无源波束的联合设计

本节着重解决优化问题P1。因为遍历容量的确切表达式难以获得，所以首先推导遍历容量的紧密且易于处理的上界，然后提出有效的算法联合优化有源波束和无源波束以最大化系统遍历容量的上界。

命题3.1. 系统遍历容量的上界可由下式给出

$$C_{\text{up}} = \log_2 \left(1 + \gamma_0 \left(|(a_2 a_1 \bar{\mathbf{h}}_2^T \Phi \bar{\mathbf{H}}_1 + \lambda a_0 \bar{\mathbf{g}}^T) \mathbf{f}|^2 + b_2^2 a_1^2 \|\bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}\|^2 + (a_2^2 + b_2^2) b_1^2 N + \lambda^2 b_0^2 \right) \right), \quad (3.7)$$

其中 $a_i = \sqrt{\frac{K_i}{K_i+1}}$, $b_i = \sqrt{\frac{1}{K_i+1}}$, $i = 0, 1, 2$ 。

证明: 见附录A.1。 □

接下来，基于命题3.1给出的遍历容量上界，进行有源波束和无源波束的联合设计。具体而言，考虑优化问题P2：

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}, \phi} \quad & C_{\text{up}} \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{f}\|^2 = 1, |\phi_i| = 1, i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.8)$$

根据发射机和接收机之间的直接信道是否存在LoS路径，分别考虑两种情况进行优化，即莱斯衰落情况和瑞利衰落两种场景。

3.3.1 莱斯衰落

当 \mathbf{g} 经历莱斯衰落时，为了最大化遍历容量上界，考虑以下优化问题P3：

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}, \boldsymbol{\phi}} \quad & |(a_2 a_1 \bar{\mathbf{h}}_2^T \boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{H}}_1 + \lambda a_0 \bar{\mathbf{g}}^T) \mathbf{f}|^2 + b_2^2 a_1^2 \|\bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & |\phi_i| = 1, i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.9)$$

由于上述优化问题是非凸的，难以获得最优的 \mathbf{f} 和 $\boldsymbol{\phi}$ ，因此采用低复杂度的交替优化方法来获得次优解。

3.3.1.1 无源波束设计

在给定有源波束 \mathbf{f} 的情况下，优化问题P3转化为

$$\max_{\boldsymbol{\phi}} |a_2 a_1 \bar{\mathbf{h}}_2^T \boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f} + \lambda a_0 \bar{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}|^2, \text{ s.t. } |\phi_i| = 1, i = 1, \dots, N. \quad (3.10)$$

重申 $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(\boldsymbol{\phi})$ ，优化问题P3可以表示为

$$\max_{\boldsymbol{\phi}} |a_2 a_1 \boldsymbol{\phi}^T \text{diag}(\bar{\mathbf{h}}_2) \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f} + \lambda a_0 \bar{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}|^2, \text{ s.t. } |\phi_i| = 1, i = 1, \dots, N. \quad (3.11)$$

尽管上述问题是非凸的，但可以利用目标函数的特殊结构来获得闭合形式的解。具体而言，考虑以下不等式

$$|a_2 a_1 \boldsymbol{\phi}^T \text{diag}(\bar{\mathbf{h}}_2) \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f} + \lambda a_0 \bar{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}|^2 \leq |a_2 a_1 \boldsymbol{\phi}^T \text{diag}(\bar{\mathbf{h}}_2) \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}|^2 + |\lambda a_0 \bar{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}|^2, \quad (3.12)$$

其中等号仅在 $\text{angle}(\boldsymbol{\phi}^T \text{diag}(\bar{\mathbf{h}}_2) \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}) = \text{angle}(\bar{\mathbf{g}}^T \mathbf{f})$ 时成立。

接下来将证明始终存在一个使得(3.12)中的等号成立且满足相移约束的解。令(3.12)中的等号成立，那么优化问题P3等价于

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{\phi}} \quad & |\boldsymbol{\phi}^T \text{diag}(\bar{\mathbf{h}}_2) \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}|^2 \\ \text{s.t.} \quad & |\phi_i| = 1, i = 1, \dots, N, \text{ angle}(\boldsymbol{\phi}^T \text{diag}(\bar{\mathbf{h}}_2) \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}) = \text{angle}(\bar{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}). \end{aligned} \quad (3.13)$$

上述优化问题的最优解为

$$\boldsymbol{\phi}^* = e^{j\text{angle}(\bar{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}) - j\text{angle}(\text{diag}(\bar{\mathbf{h}}_2) \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f})}. \quad (3.14)$$

算法 1 交替优化算法

- 1: **Initialization** : 给定初始值 ϕ_0, \mathbf{f}_0 以及计数 $i = 0$.
- 2: **repeat**
- 3: 对于给定的有源波束 \mathbf{f}_i , 根据(3.14)计算最优无源波束得到 ϕ_{i+1} .
- 4: 对于给定的无源波束 ϕ_{i+1} , 根据(3.17)计算最优有源波束得到 \mathbf{f}_{i+1} .
- 5: $i \leftarrow i + 1$.
- 6: **until** 目标函数的增量小于一个阈值 $\varepsilon > 0$.
- 7: **Output** : $\phi^* = \phi_i$ 以及 $\mathbf{f}^* = \mathbf{f}_i$.

3.3.1.2 有源波束的设计

在给定无源波束 ϕ 的情况下, 优化问题(3.9)转化为

$$\max_{\mathbf{f}} \left| (a_2 a_1 \bar{\mathbf{h}}_2^T \Phi \bar{\mathbf{H}}_1 + \lambda a_0 \bar{\mathbf{g}}^T) \mathbf{f} \right|^2 + b_2^2 a_1^2 \|\bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}\|^2, \text{ s.t. } \|\mathbf{f}\|^2 = 1, \quad (3.15)$$

其可以用一种更紧凑的形式表示

$$\max_{\mathbf{f}} \|\mathbf{H}\mathbf{f}\|^2, \text{ s.t. } \|\mathbf{f}\|^2 = 1, \quad (3.16)$$

其中

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a_2 a_1 \bar{\mathbf{h}}_2^T \Phi \bar{\mathbf{H}}_1 + \lambda a_0 \bar{\mathbf{g}}^T \\ b_2 a_1 \bar{\mathbf{H}}_1 \end{bmatrix}.$$

该问题可以通过对 \mathbf{H} 进行奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 来求解。令 $\mathbf{H} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^H$ (Σ 中的奇异值按降序排列), 然后获得的最佳有源波束为

$$\mathbf{f}^* = \mathbf{v}_1, \quad (3.17)$$

其中 \mathbf{v}_1 是 \mathbf{V} 的第一列。

3.3.1.3 有源波束和无源波束的联合设计

优化问题(3.9) 可以通过迭代求解两个子问题(3.10)和(3.15) 来处理, 详细过程参见算法1。

注3.1. 该算法针对每个子问题, 都得到了最优解, 该最优解可确保问题P3 的目标值在迭代中不减小。从而, 保证了算法1的收敛性。

3.3.2 瑞利衰落

当 \mathbf{g} 经历瑞利衰落, 即 $K_0 = 0$ 时, 遍历容量上界变为

$$C_{\text{up}} = \log_2 \left(1 + \gamma_0 \left(|a_2 a_1 \bar{\mathbf{h}}_2^T \Phi \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}|^2 + b_2^2 a_1^2 \|\bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}\|^2 + (a_2^2 + b_2^2) b_1^2 N + \lambda^2 \right) \right). \quad (3.18)$$

因此, 可得以下等效优化问题P4:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}, \phi} \quad & a_2^2 a_1^2 |\bar{\mathbf{h}}_2^T \Phi \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}|^2 + b_2^2 a_1^2 \|\bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{f}\|^2 = 1, |\phi_i| = 1, i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.19)$$

其目标函数可以进一步表示为

$$a_2^2 a_1^2 |\bar{\mathbf{h}}_2^T \Phi \bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}|^2 + b_2^2 a_1^2 \|\bar{\mathbf{H}}_1 \mathbf{f}\|^2 = \{a_2^2 a_1^2 f_1(\phi) + b_2^2 a_1^2 N\} f_2(\mathbf{f}), \quad (3.20)$$

其中 $f_1(\phi) = |\phi^T \text{diag}(\mathbf{a}_N(\theta_{\text{AoD},2})) \mathbf{a}_N(\theta_{\text{AoA},1})|^2$, $f_2(\mathbf{f}) = |\mathbf{a}_M^T(\theta_{\text{AoD},1}) \mathbf{f}|^2$ 。

因此, 优化问题P4可以转化为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}, \phi} \quad & \{a_2^2 a_1^2 f_1(\phi) + b_2^2 a_1^2 N\} f_2(\mathbf{f}) \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{f}\|^2 = 1, |\phi_i| = 1, i = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.21)$$

由于 ϕ 和 \mathbf{f} 的优化是不耦合的, 所以优化问题(3.21)可以等价地转化为分别关于 ϕ 和 \mathbf{f} 的两个子问题:

$$\max_{\phi} \quad f_1(\phi) = |\phi^T \text{diag}(\mathbf{a}_N(\theta_{\text{AoD},2})) \mathbf{a}_N(\theta_{\text{AoA},1})|^2, \quad \text{s.t.} \quad |\phi_i| = 1, i = 1, \dots, N, \quad (3.22)$$

以及

$$\max_{\mathbf{f}} \quad f_2(\mathbf{f}) = |\mathbf{a}_M^T(\theta_{\text{AoD},1}) \mathbf{f}|^2, \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{f}\|^2 = 1. \quad (3.23)$$

最后, 可以分别求得子问题(3.22)和(3.23)的最优解:

$$\phi^* = (\text{diag}(\mathbf{a}_N(\theta_{\text{AoD},2})) \mathbf{a}_N(\theta_{\text{AoA},1}))^*, \quad (3.24)$$

$$\mathbf{f}^* = \frac{\mathbf{a}_M^*(\theta_{\text{AoD},1})}{\|\mathbf{a}_M(\theta_{\text{AoD},1})\|} = \frac{\mathbf{a}_M^*(\theta_{\text{AoD},1})}{\sqrt{M}}. \quad (3.25)$$

注3.2. 最佳无源波束由发射机-IRS信道的AoA和IRS-接收机信道的AoD共同决定, 而最佳有源波束仅由发射机-IRS信道的AoD确定。因为发射机仅有IRS辅助信道的统计CSI, 所以最优发射束是对准IRS方向的。

命题3.2. 在采用最佳有源波束 \mathbf{f}^* 和无源波束 ϕ^* 的情况下, 遍历容量上界由下式给出:

$$C_{up} = \log_2 \left(1 + \gamma_0 \left(a_2^2 a_1^2 M N^2 + b_2^2 a_1^2 M N + (a_2^2 + b_2^2) b_1^2 N + \lambda^2 \right) \right). \quad (3.26)$$

证明: 将(3.24)和(3.25)代入(3.18)即可得证。□

命题3.2表明, 尽管BS处仅有统计CSI, 通过应用所提出的波束成形方案, BS-IRS-用户的级联链路获得了量级为 $N^2 M$ 的功率增益, 其中 M 倍的增益来源于有源波束赋形, N^2 倍的增益来源于无源波束赋形和IRS的固有孔径增益。而且, 所提出的基于统计CSI的波束赋形方案与具有瞬时CSI的波束赋形方案^[13]具有相同的功率增益。

3.4 仿真结果

本节将提供数值仿真结果以验证所提出的波束赋形方案的性能。除非另有说明, 否则在仿真中使用以下参数: 距离设置为 $d_0 = 200\text{m}$, $d_1 = 250\text{m}$, $d_2 = 50\text{m}$, 路径损耗指数为 $\alpha_0 = 3.5$, $\alpha_1 = 2.5$ 和 $\alpha_2 = 2.2$ 。此外, 莱斯因子归一化为 $a_i = \sqrt{\frac{K_i}{K_i+1}}$, $b_i = \sqrt{\frac{1}{K_i+1}}$, $K_i = 1, i = 0, 1, 2$ 。BS天线和反射元的数量分别设置为 $M = 8$ 和 $N = 128$ 。LoS信道的AoA和AoD是从 $[0, 2\pi)$ 中随机产生。

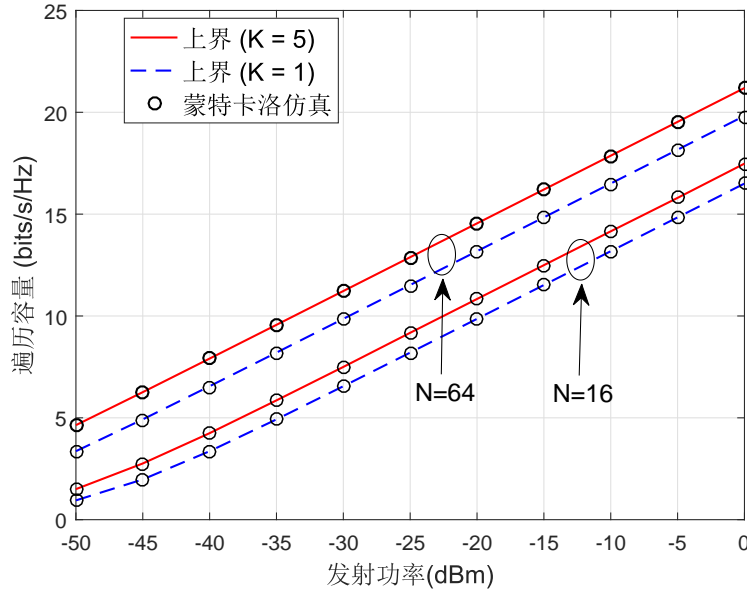


图 3.2 遍历容量上界的紧密性验证

图3.2展示了命题3.1中遍历容量上界逼近的紧密度, 其中有源波束和无源波束是根据算法1所设计。可以看到, 上界逼近曲线几乎与蒙特卡洛曲线重叠, 从而证明了遍历容量

上界的紧密性。而且，遍历容量随着 N 的增加而显著增加，表明使用大量反射元可以带来显著的性能增益。此外，由于波束赋形设计仅用到统计CSI，因此增加莱斯因子可以提升系统遍历容量。

图3.3展示了不同反射元和天线数量设置下算法1的收敛性，其中有源波束的每一次优化或无源波束的每一次优化均被视为一次迭代。可以很容易地观察到，对于 M 和 N 的任何配置，目标函数在每次迭代后都不会减少，这与我们在注释3.1中的理论分析一致。此外，所提出的算法收敛地非常快，目标函数只需经过3次迭代就到达了次优点。

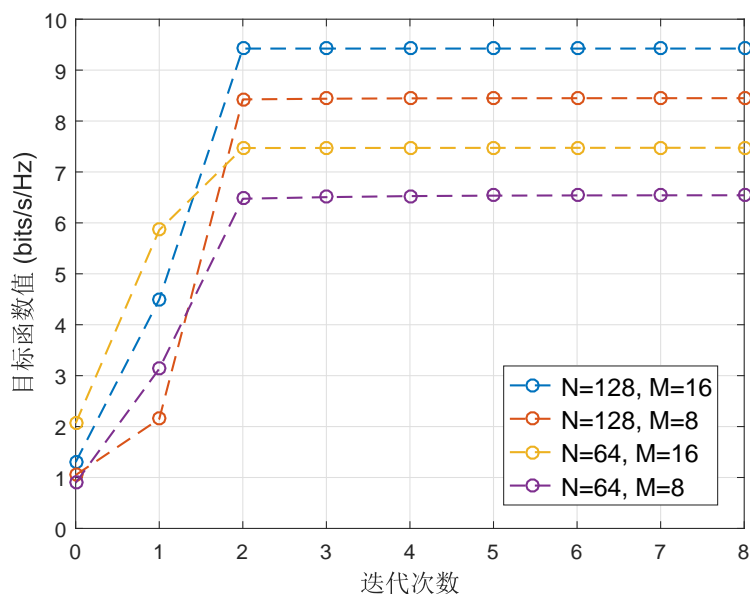


图 3.3 算法1的收敛性验证

图3.4展示了所提出的算法在莱斯衰落情况下的性能，即算法1，并与文献^[13]中的算法以及随机相移算法这两种基准算法进行了对比。可以看出，所提出的算法远远优于随机相移算法。而且，所提出的基于统计CSI的算法达到和基于瞬时CSI的基准算法相似的性能。此外，随着莱斯因子的增加，这两种算法之间的差距变得非常小。这是因为在莱斯因子较大的情况下，CSI主要由LoS部分决定。

图3.5展示了瑞利衰落场景下所提出的波束赋形方案的性能，其中分析结果是根据命题3.2生成，并和文献^[13]中的算法以及随机相移算法这两种基准算法进行了比较。可以很容易地看出，分析结果与蒙特卡洛仿真结果非常吻合，从而验证了命题3.2的正确性。所提出的算法也要远远优于随机相移算法。此外，所提出的波束赋形方案的性能非常接近假设瞬时CSI的基准算法的性能。而且，随着莱斯因子或反射元数量的增加，这两种方案之间的差距变得更小。值得注意的是，文献^[13]中的算法以迭代方式运行，而本章所提出的波束赋形方案具有闭合形式的解，因此具有极低的算法复杂度。

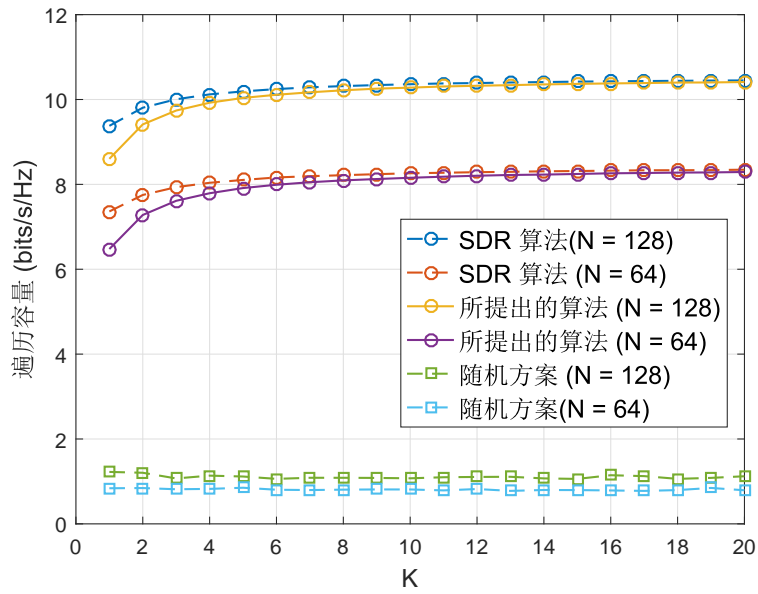


图 3.4 波束赋形算法在莱斯衰落情况下的性能

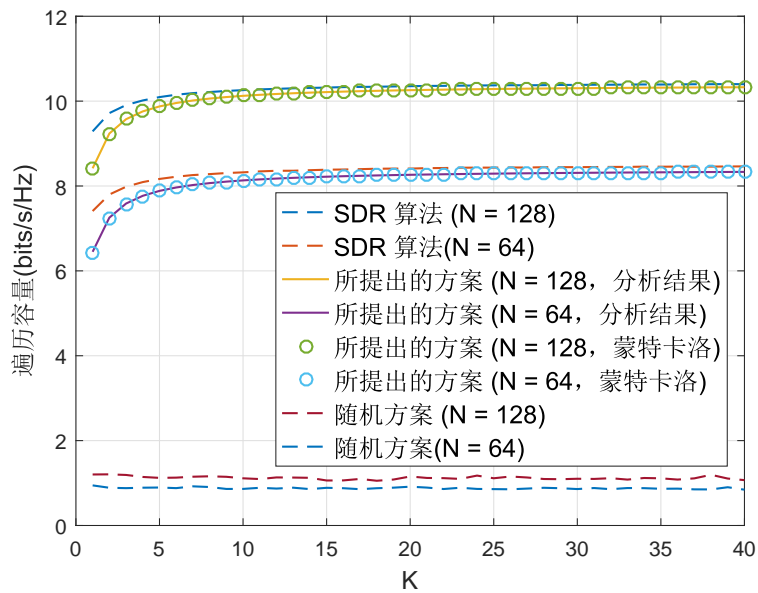


图 3.5 波束赋形算法在瑞利衰落情况下的性能

图3.6比较了两种不同的衰落情况。可以观察到，莱斯衰落情况优于瑞利衰落情况。在瑞利衰落情况下，发射机没有任何关于直接信道的CSI，而在莱斯衰落情况下，由于LoS路径的存在，发射机拥有关于直接信道的统计CSI。此外，在具有大量反射元的情况下，两种衰落情况的性能主要由IRS辅助的级联信道所决定，因此随着反射元数量的增加，两种衰落场景会逐渐达到相似的性能。

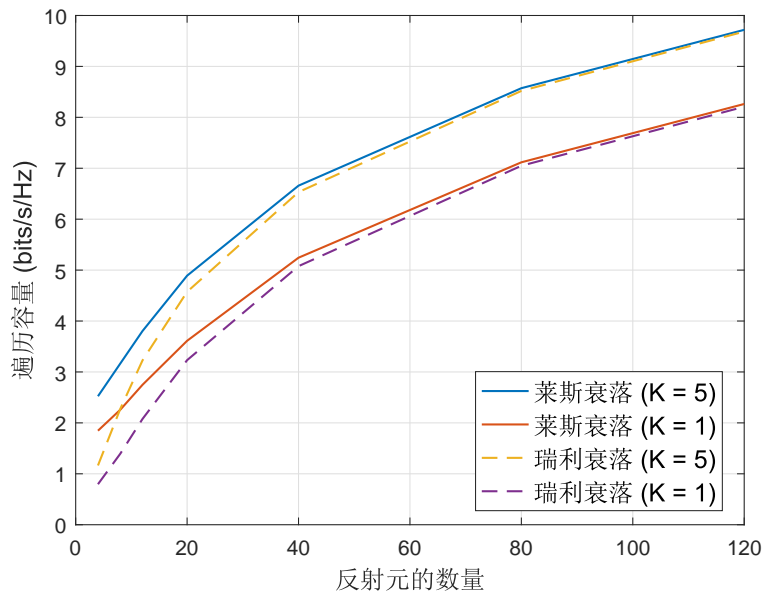


图 3.6 莱斯衰落和瑞利衰落情况的对比

3.5 本章小结

本章针对IRS辅助的MISO通信系统，提出了一种基于统计CSI的低复杂度波束赋形方案。假设发射机处只有统计CSI，通过联合优化有源波束和相移以最大化遍历容量。具体而言，针对莱斯衰落情况，提出了一种低复杂度的交替迭代算法。针对瑞利衰落情况，获得了闭合形式的最优解。并且仿真结果表明，所提出的基于统计CSI的波束赋形算法与基于瞬时CSI的波束赋形算法具有相近的性能。

第四章 基于角度域的IRS辅助的无线通信系统

4.1 引言

上一章所提出的基于统计CSI的算法与要求瞬时CSI的基准算法取得了相近的性能，验证了利用统计CSI来联合设计BS有源波束和IRS无源波束的可行性。本章将继续针对IRS辅助的MISO系统，研究基于角度信息的信道估计和波束设计方案。通过挖掘天线阵列的角度特性，降低估计参数的维度。例如，文献^[77]为了降低mmWave MIMO系统信道估计的导频开销，提出利用角度信息来估计mmWave信道，设计了一种基于快速DFT的空间旋转算法，将大部分信道功率集中在有限的DFT网格上，高效率地估计出FDD以及TDD系统的角度信息。然而，这种算法基于离散角度的假设，精确的角度不一定位于预先设定的离散网格上，这种网格失配会引入量化误差，降低信道估计的准确性。为了解决这个问题，文献^[78]提出了一种简单的基于网格细化的角度估计方案，从而避免了信道估计的量化误差，提高了信道估计的准确度。类似地，文献^[79]利用角度的稀疏性和互易性设计了一种简单的信道估计方案，大大降低了mmWave MIMO系统信道估计的导频开销和信道反馈开销。后来，文献^[80]考虑一个基于FDD的mmWave MIMO系统，利用mmWave信道的角度的稳定性，设计了一种基于角度信息的波束赋形方案，有效降低了信息反馈的频率和比特数量。

上述研究工作证实了利用角度信息，降低估计参数的维度以及简化系统设计的可行性。受到上述工作的启发，本章首次引入角度域的概念以简化IRS辅助的MISO系统的信道估计以及波束赋形设计。具体而言，本章提出了一种基于角度域的IRS辅助的MISO系统模型，首先估计信道的角度信息，然后基于角度信息，提出了一种低复杂度的BS有源波束和IRS无源波束的联合设计算法。该模型的主要优点如下：首先，仅需要数量极少的角度信息，而不是对应于IRS的大规模信道矩阵，从而避免了大量的导频训练开销；其次，由于上述原因，仅有非常少量的CSI需要从BS传送到IRS，因此只需用低容量的硬件线路连接IRS和BS，这就使得IRS无需增加过多的硬件成本即可获得CSI。从而很容易地实现了BS和IRS间的信息交换，便于BS有源波束和IRS无源波束的联合优化。

本章内容安排如下：4.2节介绍了基于角度域的IRS辅助的MISO系统的系统模型；

4.3节提出了角度估计方案；4.4节根据估计的有效角度，提出了一种BS有源波束和IRS无源波束的联合设计方案；4.5节详细分析了用户的可达速率；4.6节提供了数值仿真结果以验证信道估计和波束赋形方案的性能，并揭示了关键参数对系统性能的影响；最后，4.7节对本章进行了总结。

4.2 系统模型

如图4.1所示，考虑一个IRS辅助的无线通信系统。BS在IRS的辅助下和一个单天线用户进行通信。基站配备 $N = \sqrt{N} \times \sqrt{N}$ 的URA，IRS配备 $M = \sqrt{M} \times \sqrt{M}$ 的URA。两个相邻BS天线之间的距离为 d_{BS} ，而两个相邻反射元之间的距离为 d_{IRS} 。此外，BS经由反馈链路与IRS控制器连接，使得它们可以进行信息交换（例如，CSI和相移等信息）。

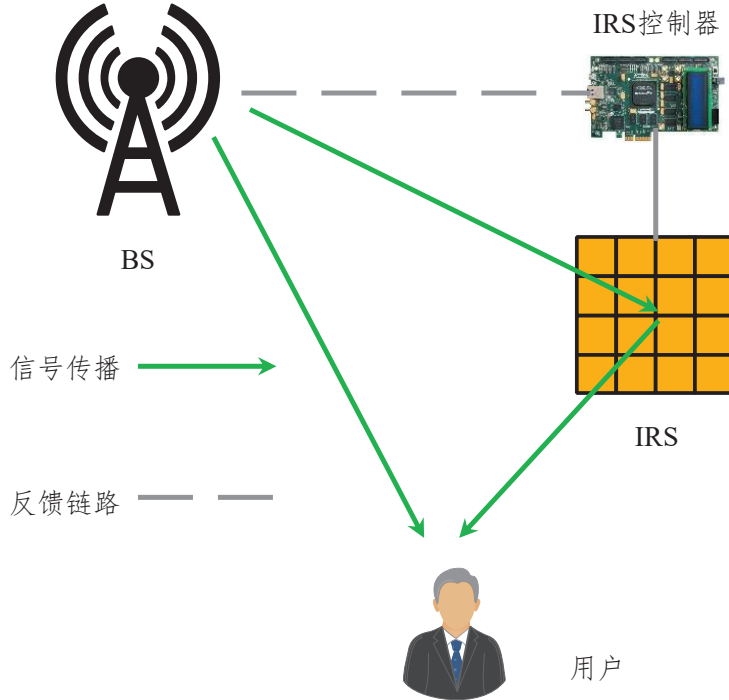


图 4.1 系统模型

由于IRS一般部署在和BS以及用户都有LoS路径的位置，因此采用莱斯信道模型对具有LoS分量的信道进行建模。具体来说，BS-IRS信道可以表示为

$$\mathbf{H}_{B2I} = \sqrt{\alpha_{B2I} \frac{v_{B2I}}{v_{B2I} + 1}} \mathbf{b} (\bar{\theta}_{x-B2Ia}, \bar{\theta}_{y-B2Ia}) \mathbf{a}^T (\bar{\theta}_{x-B2I}, \bar{\theta}_{y-B2I}) + \sqrt{\alpha_{B2I} \frac{1}{v_{B2I} + 1}} \tilde{\mathbf{H}}_{B2I}, \quad (4.1)$$

其中 $\tilde{\mathbf{H}}_{B2I}$ 表示LoS分量，其元素服从 $CN(0, 1)$ 分布， α_{B2I} 表示大尺度衰落系数， v_{B2I} 表示莱斯因子， \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 分别是BS和IRS的阵列响应。两个有效AOD（即沿着 x 和 y 轴方向的两个

相邻天线的相位差) 分别表示为

$$\bar{\theta}_{x-B2I} = -\frac{2\pi d_{BS}}{\lambda} \cos \theta_{B2I} \cos \phi_{B2I}, \quad (4.2)$$

$$\bar{\theta}_{y-B2I} = -\frac{2\pi d_{BS}}{\lambda} \cos \theta_{B2I} \sin \phi_{B2I}, \quad (4.3)$$

其中 λ 是载波波长, θ_{B2I} 和 ϕ_{B2I} 分别是BS到IRS的仰角和方位角。类似的, 两个有效AOA表示为

$$\bar{\theta}_{x-B2Ia} = \frac{2\pi d_{IRS}}{\lambda} \cos \theta_{B2Ia} \cos \phi_{B2Ia}, \quad (4.4)$$

$$\bar{\theta}_{y-B2Ia} = \frac{2\pi d_{IRS}}{\lambda} \cos \theta_{B2Ia} \sin \phi_{B2Ia}, \quad (4.5)$$

其中 θ_{B2Ia} and ϕ_{B2Ia} 分别是到达IRS处的仰角和方位角。此外, 进一步假设 $d_{BS} = d_{IRS} = \frac{\lambda}{2}$ 。

阵列响应向量 $\mathbf{a}(\bar{\theta}_{x-B2I}, \bar{\theta}_{y-B2I})$ 的第 n 个元素和 $\mathbf{b}(\bar{\theta}_{x-B2I}, \bar{\theta}_{y-B2I})$ 的第 m 个元素分别为

$$a_n = e^{j(i_{N,n}\bar{\theta}_{x-B2I} + j_{N,n}\bar{\theta}_{y-B2I})}, \quad (4.6)$$

$$b_m = e^{j(i_{M,m}\bar{\theta}_{x-B2I} + j_{M,m}\bar{\theta}_{y-B2I})}, \quad (4.7)$$

其中

$$i_{N,n} = \text{Remainder} \left(\frac{n-1}{\sqrt{N}} \right), n = 1, \dots, N, \quad (4.8)$$

$$j_{N,n} = \text{Quotient} \left(\frac{n-1}{\sqrt{N}} \right), n = 1, \dots, N, \quad (4.9)$$

$$i_{M,m} = \text{Remainder} \left(\frac{m-1}{\sqrt{M}} \right), m = 1, \dots, M, \quad (4.10)$$

$$j_{M,m} = \text{Quotient} \left(\frac{m-1}{\sqrt{M}} \right), m = 1, \dots, M. \quad (4.11)$$

类似地, IRS-用户信道表示为

$$\mathbf{h}_{I2U}^T = \sqrt{\alpha_{I2U} \frac{v_{I2U}}{v_{I2U} + 1}} \mathbf{b}^T(\bar{\theta}_{x-I2U}, \bar{\theta}_{y-I2U}) + \sqrt{\alpha_{I2U} \frac{1}{v_{I2U} + 1}} \tilde{\mathbf{h}}_{I2U}^T. \quad (4.12)$$

另外, BS-用户信道表示为

$$\mathbf{h}_{B2U}^T = \sqrt{\alpha_{B2U} \frac{v_{B2U}}{v_{B2U} + 1}} \mathbf{a}^T(\bar{\theta}_{x-B2U}, \bar{\theta}_{y-B2U}) + \sqrt{\alpha_{B2U} \frac{1}{v_{B2U} + 1}} \tilde{\mathbf{h}}_{B2U}^T. \quad (4.13)$$

在下行数据传输时期, BS发射信号 $\mathbf{w}s$, 其中 \mathbf{w} 是有源波束, s 是给用户的数据符号。用户接收到的信号为

$$y_U = (\mathbf{h}_{B2U}^T + \mathbf{h}_{I2U}^T \mathbf{\Theta} \mathbf{H}_{B2I}) \mathbf{w}s + n_U, \quad (4.14)$$

其中 $n_U \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_0^2)$ 表示AWGN, 相移矩阵 $\mathbf{\Theta} = \text{diag}(\boldsymbol{\xi})$, 其中 $\boldsymbol{\xi} = [e^{j\vartheta_1}, \dots, e^{j\vartheta_n}, \dots, e^{j\vartheta_M}]^T$ 表示无源波束向量。

为了便于设计有源波束 \mathbf{w} 和IRS无源波束 $\boldsymbol{\xi}$, 接下来将进行角度估计。

4.3 角度信息获取

本节提出了一种检测方法，以估计BS到用户的有效角度（即 $\bar{\theta}_{x-B2U}$ 和 $\bar{\theta}_{y-B2U}$ ），基于此，推导出IRS与用户之间的有效角度。接下来，将在4.4节中利用这些估计的有效角度来设计BS有源波束和IRS无源波束。

在角度估计期间，IRS处于关闭状态。用户向BS发送功率为 P_q 的未经调制的载波，那么BS接收的基带信号为

$$\mathbf{r} = \mathbf{h}_{B2U}^* q + \mathbf{n}_{BS} = \sqrt{\frac{\alpha_{B2U} v_{B2U}}{v_{B2U} + 1}} \mathbf{a}(-\bar{\theta}_{x-B2U}, -\bar{\theta}_{y-B2U}) q + \sqrt{\frac{\alpha_{B2U}}{v_{B2U} + 1}} \tilde{\mathbf{h}}_{B2U}^* q + \mathbf{n}_{BS}, \quad (4.15)$$

其中 $q = \sqrt{P_q} e^{j\theta_q}$ 是未调制的载波的基带等效表示， $\mathbf{n}_{BS} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{BS,0}^2)$ 是AWGN。

第 n 根天线接收到的信号为

$$\begin{aligned} r_n &= \sqrt{\frac{\alpha_{B2U} v_{B2U}}{v_{B2U} + 1}} a_n q + \sqrt{\frac{\alpha_{B2U}}{v_{B2U} + 1}} \tilde{h}_{B2U,n} q + n_{BS,n} \\ &= \sqrt{\frac{\alpha_U v_{B2U}}{v_{B2U} + 1}} e^{(-i_{N,n} \bar{\theta}_{x-B2U} - j_{N,n} \bar{\theta}_{y-B2U})} q + \sqrt{\frac{\alpha_{B2U}}{v_{B2U} + 1}} \tilde{h}_{B2U,n} q + n_{BS,n}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

第 n 根天线接收信号的相位可以被分解为

$$\vartheta_n = \theta_q - i_{N,n} \bar{\theta}_{x-B2U} - j_{N,n} \bar{\theta}_{y-B2U} + e_n, \quad (4.17)$$

其中 e_n 表示由噪声和NLoS路径引起的相位不确定性。

命题4.1. 在莱斯因子和接收SNR较大的情况下，相位不确定度 e_n 近似服从高斯分布 $\mathcal{N}(0, \sigma_e^2)$ ，其中

$$\sigma_e^2 = \frac{4 - \pi}{8v_{B2U}} + \frac{(4 - \pi)(v_{B2U} + 1)}{8\alpha_{B2U} P_q v_{B2U}} \sigma_{BS,0}^2. \quad (4.18)$$

证明：见附录B.1。 □

注4.1. 从命题4.1中可以观察到相位不确定性是关于发射功率的递减函数，并且随着莱斯因子的增加而减小。

天线接收信号 r_n 和 r_m 之间的相位差为

$$\Delta \bar{\theta}_{n,m} = \theta_n - \theta_m = -(i_{N,n} - i_{N,m}) \bar{\theta}_{x-B2U} - (j_{N,n} - j_{N,m}) \bar{\theta}_{y-B2U} + \Delta e_{n,m}, \quad (4.19)$$

其中 $\Delta e_{n,m} = e_n - e_m \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{pd}^2)$, $\sigma_{pd}^2 = 2\sigma_e^2$ 。接下来, 将利用相位差 $\Delta \bar{\theta}_{n,m}$ 来估计 $\bar{\theta}_{x-B2U}$ 和 $\bar{\theta}_{y-B2U}$ 。具体而言, 利用 $\frac{N}{2}$ 个相位差即 $\Delta \bar{\theta}_{n,m_n}, n = 1, \dots, \frac{N}{2}, m_n = N - n + 1$, 来估计BS到用户的有效角度, 并得出了下面的重要结论。

定理4.1. $\bar{\theta}_{x-B2U}$ 和 $\bar{\theta}_{y-B2U}$ 的ML估计值为

$$\hat{\bar{\theta}}_{x-B2U} = -\frac{6 \sum_{n=1}^{N/2} (i_{N,n} - i_{N,m_n}) \Delta \bar{\theta}_{n,m_n}}{N(N-1)}, \quad (4.20)$$

$$\hat{\bar{\theta}}_{y-B2U} = -\frac{6 \sum_{n=1}^{N/2} (j_{N,n} - j_{N,m_n}) \Delta \bar{\theta}_{n,m_n}}{N(N-1)}. \quad (4.21)$$

证明: 见附录B.2。 □

推论4.1. $\bar{\theta}_{x-B2U}$ 和 $\bar{\theta}_{y-B2U}$ 可以被分解为

$$\bar{\theta}_{x-B2U} = \hat{\bar{\theta}}_{x-B2U} + \epsilon_{x-B2U}, \quad (4.22)$$

$$\bar{\theta}_{y-B2U} = \hat{\bar{\theta}}_{y-B2U} + \epsilon_{y-B2U}, \quad (4.23)$$

其中 ϵ_{x-B2U} 和 ϵ_{y-B2U} 表示估计误差, 并服从高斯分布 $\mathcal{N}(0, \sigma_{est}^2)$, 其中方差 σ_{est}^2 为

$$\sigma_{est}^2 = \frac{6\sigma_{pd}^2}{N(N-1)}. \quad (4.24)$$

证明: 根据定理4.1并利用

$$\Delta \bar{\theta}_{n,m_n} \sim \mathcal{N}(-(i_{N,n} - i_{N,m_n}) \bar{\theta}_{x-B2U} - (j_{N,n} - j_{N,m_n}) \bar{\theta}_{y-B2U}, \sigma_{pd}^2), \quad (4.25)$$

推论4.1即可得证。 □

注4.2. 推论4.1表明, 估计误差的方差随着天线数的平方近似成反比地下降, 这表明增加BS天线数量可以显著地提高角度估计的准确度。

当BS和用户之间存在LoS路径时, 可以通过测量到达不同天线的时延差来准确地获得

它们之间的距离 d_{B2U} ^[81]。获得有效角度和距离后，即可估计出用户的位置 $(\hat{x}_U, \hat{y}_U, \hat{z}_U)$ ：

$$\hat{x}_U = -\frac{d_{\text{B2U}}\hat{\theta}_{x\text{-B2U}}}{\pi}, \quad (4.26)$$

$$\hat{y}_U = -\frac{d_{\text{B2U}}\hat{\theta}_{y\text{-B2U}}}{\pi}, \quad (4.27)$$

$$\hat{z}_U = -\frac{d_{\text{B2U}}\sqrt{\pi^2 - \hat{\theta}_{x\text{-B2U}}^2 - \hat{\theta}_{y\text{-B2U}}^2}}{\pi}, \quad (4.28)$$

其中假设基站在坐标原点 $(0, 0, 0)$ 。

已知估计的用户位置 $(\hat{x}_U, \hat{y}_U, \hat{z}_U)$ 以及完美的IRS位置 (x_I, y_I, z_I) ，那么IRS到用户的有效角可由以下引理给出。

引理4.1. IRS到用户的有效角度为

$$\hat{\theta}_{x\text{-I2U}} = \frac{(x_I - \hat{x}_U)\pi}{\hat{d}_{\text{I2U}}}, \quad (4.29)$$

$$\hat{\theta}_{y\text{-I2U}} = \frac{(y_I - \hat{y}_U)\pi}{\hat{d}_{\text{I2U}}}, \quad (4.30)$$

其中 $\hat{d}_{\text{I2U}} = \sqrt{(\hat{x}_U - x_I)^2 + (\hat{y}_U - y_I)^2 + (\hat{z}_U - z_I)^2}$ 。

证明： 引理4.1可以通过简单的基础几何知识来证明。 \square

定理4.2. IRS到用户的有效角度可以分解为

$$\bar{\theta}_{x\text{-I2U}} = \hat{\theta}_{x\text{-I2U}} + \varphi_1\epsilon_{x\text{-B2U}} + \varphi_2\epsilon_{y\text{-B2U}}, \quad (4.31)$$

$$\bar{\theta}_{y\text{-I2U}} = \hat{\theta}_{y\text{-I2U}} + \varphi_2\epsilon_{x\text{-B2U}} + \varphi_3\epsilon_{y\text{-B2U}}, \quad (4.32)$$

其中

$$\varphi_1 = Ra \left\{ 1 - \frac{\hat{\theta}_{x\text{-I2U}}^2}{\pi^2} + \frac{\hat{\theta}_{x\text{-I2U}}^2\hat{\theta}_{z\text{-I2U}}}{\pi^3} \right\}, \quad (4.33)$$

$$\varphi_2 = Ra \left\{ -\frac{\hat{\theta}_{x\text{-I2U}}\hat{\theta}_{y\text{-I2U}}}{\pi^2} + \frac{\hat{\theta}_{x\text{-I2U}}\hat{\theta}_{y\text{-I2U}}\hat{\theta}_{z\text{-I2U}}}{\pi^3} \right\}, \quad (4.34)$$

$$\varphi_3 = Ra \left\{ 1 - \frac{\hat{\theta}_{y\text{-I2U}}^2}{\pi^2} + \frac{\hat{\theta}_{y\text{-I2U}}^2\hat{\theta}_{z\text{-I2U}}}{\pi^3} \right\}, \quad (4.35)$$

其中 $Ra \triangleq \frac{d_{\text{B2U}}}{\hat{d}_{\text{I2U}}}$ ， $\hat{\theta}_{z\text{-I2U}} \triangleq \frac{(z_I - \hat{z}_U)\pi}{\hat{d}_{\text{I2U}}}$ 。

证明: 见附录B.3. □

注4.3. 定理4.2表明除了 $\hat{\theta}_{x-B2U}$ 和 $\hat{\theta}_{y-B2U}$ 之外, $\hat{\theta}_{x-I2U}$ 和 $\hat{\theta}_{y-I2U}$ 的准确性也和IRS到用户的距离以及BS到用户的距离有着很大的关系。具体而言, 估计误差随着 $Ra \triangleq \frac{d_{B2U}}{d_{I2U}}$ 的增加, 呈现出线性增加的趋势, 这表明将IRS部署在距离BS近的位置可以提高角度估计的准确度。

4.4 BS波束和IRS波束的联合设计

接下来, 利用所估计的角度, 联合设计BS波束和IRS波束以最大化用户平均接收信号功率:

$$P_r = \mathbb{E} \left\{ \left| (\mathbf{h}_{B2U}^T + \mathbf{h}_{I2U}^T \Theta \mathbf{H}_{B2I}) \mathbf{w} \right|^2 \right\}. \quad (4.36)$$

首先给出用户平均接收信号功率的表达式。

命题4.2. 用户平均接收信号功率为

$$P_r = \mathbf{w}^H \mathbf{T} \mathbf{w}, \quad (4.37)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{T} \triangleq & \beta_{B2I2U} (\Theta \bar{\mathbf{H}}_{B2I})^H \mathbf{B} \Theta \bar{\mathbf{H}}_{B2I} + \sqrt{\beta_{B2I2U} \beta_{B2U}} \left((\Theta \bar{\mathbf{H}}_{B2I})^H \mathbf{C} + \mathbf{C}^H \Theta \bar{\mathbf{H}}_{B2I} \right) \\ & + \beta_{B2U} \mathbf{A} + \sigma_{NLoS}^2 \mathbf{I}_N, \end{aligned} \quad (4.38)$$

其中

$$\bar{\mathbf{H}}_{B2I} \triangleq \mathbf{b} \left(\bar{\theta}_{x-B2Ia}, \bar{\theta}_{y-B2Ia} \right) \mathbf{a}^T \left(\bar{\theta}_{x-B2I}, \bar{\theta}_{y-B2I} \right), \quad (4.39)$$

$$\beta_{B2I2U} \triangleq \frac{\alpha_{I2U} \alpha_{B2I} v_{B2I} v_{I2U}}{(v_{B2I} + 1)(v_{I2U} + 1)}, \quad (4.40)$$

$$\beta_{B2U} \triangleq \frac{v_{B2U} \alpha_{B2U}}{v_{B2U} + 1}, \quad (4.41)$$

$$\sigma_{NLoS}^2 \triangleq M \frac{\alpha_{I2U} \alpha_{B2I}}{v_{B2I} + 1} \left(1 + \frac{v_{B2I}}{v_{I2U} + 1} \right) + \frac{\alpha_{B2U}}{v_{B2U} + 1}. \quad (4.42)$$

矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times N}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 和 $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 中的元素分别为

$$[\mathbf{A}]_{mn} = \left[\hat{\mathbf{A}} \right]_{mn} \exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_{est}^2 \{ i_{N,mn}^2 + j_{N,mn}^2 \} \right), \quad (4.43)$$

$$[\mathbf{B}]_{mn} = \left[\hat{\mathbf{B}} \right]_{mn} \exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_{est}^2 \{ (i_{M,mn} \varphi_1 + j_{M,mn} \varphi_2)^2 + (j_{M,mn} \varphi_2 + j_{M,mn} \varphi_3)^2 \} \right), \quad (4.44)$$

$$[\mathbf{C}]_{mn} = \left[\hat{\mathbf{C}} \right]_{mn} \exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_{est}^2 \{ (i_{M,m} \varphi_1 + j_{M,m} \varphi_2 - i_{N,n})^2 + (i_{M,m} \varphi_2 + j_{M,m} \varphi_3 - j_{N,n})^2 \} \right), \quad (4.45)$$

其中 $i_{M,mn} \triangleq (i_{M,n} - i_{M,m})$, $j_{M,mn} \triangleq (j_{M,n} - j_{M,m})$, $\hat{\mathbf{A}} \triangleq \mathbf{a}^* \left(\hat{\theta}_{x-B2U}, \hat{\theta}_{y-B2U} \right) \mathbf{a}^T \left(\hat{\theta}_{x-B2U}, \hat{\theta}_{y-B2U} \right)$,
 $\hat{\mathbf{B}} \triangleq \mathbf{b}^* \left(\hat{\theta}_{x-I2U}, \hat{\theta}_{y-I2U} \right) \mathbf{b}^T \left(\hat{\theta}_{x-I2U}, \hat{\theta}_{y-I2U} \right)$, $\hat{\mathbf{C}} \triangleq \mathbf{b}^* \left(\hat{\theta}_{x-I2U}, \hat{\theta}_{y-I2U} \right) \mathbf{a}^T \left(\hat{\theta}_{x-B2U}, \hat{\theta}_{y-B2U} \right)$.

证明: 见附录B.4. □

建立优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{\{\Theta, \mathbf{w}\}} \quad & P_r = \mathbf{w}^H \mathbf{T} \mathbf{w}, \\ \text{s. t.} \quad & |\mathbf{w}|^2 \leq P_{BS}, \quad |[\Theta]_{ii}| = 1, \quad i = 1, \dots, M, \end{aligned} \quad (4.46)$$

其中 P_{BS} 是BS的最大发射功率。

由于相移矩阵 Θ 和BS波束 \mathbf{w} 的优化相互耦合, 解决上述优化问题的复杂度较高。因此, 本节采用一种低复杂度的交替优化的方法, 求解该优化问题的一个有效次优解。具体而言, 首先固定 Θ 来优化 \mathbf{w} , 然后固定 \mathbf{w} 来更新 Θ 。这样, 通过迭代地执行此过程, 即可获得 \mathbf{w} 和 Θ 的次优解。

4.4.1 BS有源波束设计

固定相移矩阵 Θ , 优化问题(4.46)可以简化为

$$\begin{aligned} \max_{\{\mathbf{w}\}} \quad & P(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{T} \mathbf{w}, \\ \text{s. t.} \quad & |\mathbf{w}|^2 \leq P_{BS}. \end{aligned} \quad (4.47)$$

上述问题是一个凸问题, 等价于

$$\begin{aligned} \min_{\{\mathbf{w}\}} \quad & L(\mathbf{w}, \mu) = -\mathbf{w}^H \mathbf{T} \mathbf{w} + \mu (|\mathbf{w}|^2 - P_{BS}), \\ \text{s. t.} \quad & \mu > 0. \end{aligned} \quad (4.48)$$

其KKT (Karuch-Kuhn-Tucker) 条件为

$$\nabla_{\mathbf{w}} L(\mathbf{w}, \mu) = -2\mathbf{T}\mathbf{w} + 2\mu\mathbf{w} = 0, \quad (4.49)$$

$$\nabla_{\mu} L(\mathbf{w}, \mu) = |\mathbf{w}|^2 - P_{BS} = 0. \quad (4.50)$$

根据上述KKT条件可得

$$\mathbf{w} = \sqrt{P_{BS}} \mathbf{t}_{\max}, \quad (4.51)$$

其中 \mathbf{t}_{\max} 是 \mathbf{T} 最大特征值对应的特征向量。

4.4.2 IRS无源波束设计

给定BS有源波束 \mathbf{w} ，优化问题(4.46)可以表示为

$$\begin{aligned}
 \max_{\{\Theta\}} P(\Theta) &\triangleq \beta_{\text{B2I2U}} \mathbf{w}^H \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} (\Theta \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}})^H \mathbf{B} \Theta \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \mathbf{w} \\
 &+ \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \left(\mathbf{w}^H (\Theta \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}})^H \mathbf{C} \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{C}^H \Theta \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \mathbf{w} \right) \\
 &+ \beta_{\text{B2U}} \mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w} + \sigma_{\text{NLoS}}^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w} \\
 \text{s. t.} \quad &|[\Theta]_{ii}| = 1, i = 1, \dots, M.
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

根据 $\mathbf{E}^H \mathbf{X}^H \mathbf{F} = \mathbf{x}^H (\mathbf{E}^* \odot \mathbf{F})$ ，其中 $\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{x})$ ，可以将目标函数表示为

$$\begin{aligned}
 P(\Theta) &= \beta_{\text{B2I2U}} \text{tr} \left(\Theta^H \mathbf{B} \Theta \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \mathbf{w} \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^H \right) \\
 &+ \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \boldsymbol{\xi}^H \left(\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^* \mathbf{w}^* \odot \mathbf{C} \mathbf{w} \right) + \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \left(\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^T \mathbf{w}^T \odot \mathbf{w}^H \mathbf{C}^H \right) \boldsymbol{\xi} \\
 &+ \beta_{\text{B2U}} \mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w} + \sigma_{\text{NLoS}}^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}.
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

利用 $\mathbf{X}^H \mathbf{E} \mathbf{Y} \mathbf{F} = \mathbf{x}^H (\mathbf{E} \odot \mathbf{F}^T) \mathbf{y}$ ，其中 $\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{Y} = \text{diag}(\mathbf{y})$ ，上述等式可以进一步表示为

$$\begin{aligned}
 P(\boldsymbol{\xi}) &= \beta_{\text{B2I2U}} \boldsymbol{\xi}^H \left(\mathbf{B} \odot \left(\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \mathbf{w} \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^H \right)^T \right) \boldsymbol{\xi} \\
 &+ \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \boldsymbol{\xi}^H \left(\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^* \mathbf{w}^* \odot \mathbf{C} \mathbf{w} \right) + \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \left(\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^T \mathbf{w}^T \odot \mathbf{w}^H \mathbf{C}^H \right) \boldsymbol{\xi} \\
 &+ \beta_{\text{B2U}} \mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w} + \sigma_{\text{NLoS}}^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w},
 \end{aligned} \tag{4.54}$$

根据上式，优化问题转化为

$$\begin{aligned}
 \max_{\{\boldsymbol{\xi}\}} P(\boldsymbol{\xi}) &= \beta_{\text{B2I2U}} \boldsymbol{\xi}^H \left(\mathbf{B} \odot \left(\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \mathbf{w} \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^H \right)^T \right) \boldsymbol{\xi} \\
 &+ \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \boldsymbol{\xi}^H \left(\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^* \mathbf{w}^* \odot \mathbf{C} \mathbf{w} \right) + \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \left(\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^T \mathbf{w}^T \odot \mathbf{w}^H \mathbf{C}^H \right) \boldsymbol{\xi} \\
 &+ \beta_{\text{B2U}} \mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w} + \sigma_{\text{NLoS}}^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w} \\
 \text{s. t.} \quad &|\xi_i| = 1, i = 1, \dots, M.
 \end{aligned} \tag{4.55}$$

由于 $|\xi_i| = 1$ ，因此 $\text{tr}(\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}^H) = M$ 。为了处理非凸约束 $|\xi_i| = 1$ ，首先将优化问题(4.55)松弛为下面的凸约束（即 ℓ_∞ 约束）问题：

$$\begin{aligned}
 \max_{\{\boldsymbol{\xi}\}} P(\boldsymbol{\xi}) \\
 \text{s. t.} \quad &\text{tr}(\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\xi}^H) = M, \|\boldsymbol{\xi}\|_\infty \leq 1.
 \end{aligned} \tag{4.56}$$

由于 l_∞ 是不可导的，因此可以采用 p 值较大的 l_p 去近似 l_∞ ，即 $\lim_{p \rightarrow \infty} l_p = l_\infty$ 。另外，通过罚函数的方式将第二个约束纳入目标函数中。具体而言，采用如下形式的对数罚函数

$$F(x) = \begin{cases} -\frac{1}{\kappa} \ln(x), & x > 0 \\ \infty, & x \leq 0 \end{cases},$$

其中 κ 是表示罚函数的惩罚力度的系数。因此，优化问题可以转化为

$$\begin{aligned} \min_{\{\xi\}} G(\xi) &= F\left(1 - \|\xi\|_p\right) - \beta_{\text{B2I2U}} \xi^H \left(\mathbf{B} \odot (\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \mathbf{w} \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^H)^T\right) \xi \\ &\quad - \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \xi^H (\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^* \mathbf{w}^* \odot \mathbf{C} \mathbf{w}) - \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} (\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^T \mathbf{w}^T \odot \mathbf{w}^H \mathbf{C}^H) \xi \\ \text{s. t.} \quad &\text{tr}(\xi \xi^H) = M. \end{aligned} \quad (4.57)$$

接下来，将通过梯度下降的方法来解决上述优化问题。计算目标函数 $G(\xi)$ 的梯度

$$\nabla_\xi G(\xi) = \frac{\|\xi\|_p^{1-p} \zeta}{2\kappa(1 - \|\xi\|_p)} - \nabla_\xi P(\xi), \quad (4.58)$$

其中 $\zeta = [\xi_1 |\xi_1|^{p-2}, \xi_2 |\xi_2|^{p-2}, \dots, \xi_M |\xi_M|^{p-2}]^T$ 。

计算梯度 $\nabla_\xi P(\xi)$

$$\nabla_\xi P(\xi) = 2\beta_{\text{B2I2U}} \left(\mathbf{B} \odot (\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \mathbf{w} \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^H)^T\right) \xi + 2\sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \text{Re} \left((\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^* \mathbf{w}^* \odot \mathbf{C} \mathbf{w}) \mathbf{1}_N \right), \quad (4.59)$$

其中 $\mathbf{1}_N$ 表示一个所有元素全为1的 $N \times 1$ 维的向量。

因此， $\nabla_\xi G(\xi)$ 可以计算为

$$\begin{aligned} \nabla_\xi G(\xi) &= -2\beta_{\text{B2I2U}} \left(\mathbf{B} \odot (\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \mathbf{w} \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^H)^T\right) \xi \\ &\quad - 2\sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \text{Re} \left((\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^* \mathbf{w}^* \odot \mathbf{C} \mathbf{w}) \mathbf{1}_N \right) + \frac{\|\xi\|_p^{1-p} \zeta}{2\kappa(1 - \|\xi\|_p)}. \end{aligned} \quad (4.60)$$

由于 $\text{tr}(\xi \xi^H) = M$ 的约束，因此将 $\mathbf{g}_{\text{gd}} = -\nabla_\xi G(\xi)$ 投影到 $\text{tr}(\xi \xi^H) = M$ 的切平面

$$\mathbf{g}_p = \mathbf{g}_{\text{gd}} - \frac{\mathbf{g}_{\text{gd}}^T \xi^* \xi}{\|\xi\|^2}. \quad (4.61)$$

之后，用 \mathbf{g}_p 作为梯度下降法的搜索方向。具体过程参见算法2。

算法 2 IRS无源波束设计算法

1: **Initialization** : 初始化 $\boldsymbol{\xi}_1$, $p > 0$, 计数变量 $i = 0$, 最大迭代次数 $N_{\text{iter}} > 0$, $\varepsilon > 0$, $\kappa > 0$.

2: **repeat**

3: $i \leftarrow i + 1$.

4: 根据(4.60)计算梯度。

5: 根据(4.61)计算搜索方向 \mathbf{g}_p 。

6: 对于 $0 \leq \varpi \leq 1$, 通过以下式子搜索

$$\varpi^* = \arg \max_{\varpi} P \left((1 - \varpi) \boldsymbol{\xi}_i + \varpi \sqrt{M} \frac{\mathbf{g}_p}{\|\mathbf{g}_p\|^2} \right). \quad (4.62)$$

7: 更新:

$$\boldsymbol{\xi}_{i+1} = (1 - \varpi^*) \boldsymbol{\xi}_i + \varpi^* \sqrt{M} \frac{\mathbf{g}_p}{\|\mathbf{g}_p\|^2}. \quad (4.63)$$

8: **until** $|P(\boldsymbol{\xi}_{i+1}) - P(\boldsymbol{\xi}_i)| \leq \varepsilon$ 或者 $i \geq N_{\text{iter}}$.

9: **Output** : $\boldsymbol{\xi}^* = \exp[j\text{angle}(\boldsymbol{\xi}_i)]$.

算法 3 联合优化算法

1: **Initialization** : 给定初始值 $\boldsymbol{\xi}_0, \mathbf{w}_0$, 计数变量 $i = 0$ 。

2: **repeat**

3: 设计BS有源波束: 给定 $\boldsymbol{\xi}_0$, 通过4.4.1节中给出的结果(4.51)得到有源波束 \mathbf{w}_{i+1} 。

4: 设计IRS无源波束: 给定 \mathbf{w}_{i+1} , 通过算法2优化无源波束得到 $\boldsymbol{\xi}_{i+1}$ 。

5: $i \leftarrow i + 1$ 。

6: **until** $\boldsymbol{\xi}_i$ 和 \mathbf{w}_i 收敛。

7: **Output** : $\boldsymbol{\xi}^* = \boldsymbol{\xi}_i$ 和 $\mathbf{w}^* = \mathbf{w}_i$ 。

4.4.3 BS有源波束和IRS无源波束的联合设计

基于4.4.1节和4.4.2节中的内容, 算法3给出了一种联合优化方案, 即对BS有源波束和IRS无源波束进行迭代优化。

命题4.3. 该联合优化算法始终保证了 $P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) \geq P(\mathbf{w}_i, \boldsymbol{\xi}_i)$ 。

证明: 1) $P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) \geq P(\mathbf{w}_i, \boldsymbol{\xi}_{i+1})$ 的证明

固定 $\boldsymbol{\xi}$, \mathbf{w} 的优化是一个凸问题。 \mathbf{w}_{i+1} 是在给定 $\boldsymbol{\xi}_{i+1}$ 时的最优解。因此, 下式成立

$$P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) \geq P(\mathbf{w}_i, \boldsymbol{\xi}_{i+1}). \quad (4.64)$$

2) $P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) \geq P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_i)$ 的证明

给定 \mathbf{w}_{i+1} , $P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1})$ 的泰勒展开为

$$\begin{aligned} P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) &= P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_i) + (\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} P)^H \{P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) - P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_i)\} \\ &\quad + o\{(P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) - P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_i))^2\}. \end{aligned} \quad (4.65)$$

根据算法2中的(4.63), 对任意 $\varpi \rightarrow 0$, 上述等式可以重新表示为

$$\begin{aligned} P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) &= P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_i) + (\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} P)^H \sqrt{M} \frac{\mathbf{g}_p}{\|\mathbf{g}_p\|^2} \varpi^* + o\{\varpi^{*2}\} \\ &\approx P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_i) + (\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} P)^H \mathbf{g}_p \frac{\sqrt{M}}{\|\mathbf{g}_p\|^2} \varpi^*. \end{aligned} \quad (4.66)$$

接下来, 计算 $(\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} P)^H \mathbf{g}_p$

$$(\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} P)^H \mathbf{g}_p = (\mathbf{g}_{\text{gd}} + \nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} F(1 - \|\boldsymbol{\xi}_i\|^2))^H \mathbf{g}_p. \quad (4.67)$$

重申

$$\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} F(1 - \|\boldsymbol{\xi}_i\|^2) = \frac{\|\boldsymbol{\xi}_i\|_p^{1-p} \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\xi}_i}{2\kappa(1 - \|\boldsymbol{\xi}_i\|_p)}, \quad (4.68)$$

其中 $\boldsymbol{\Omega} = \text{diag}(|\xi_1|^{p-2}, |\xi_2|^{p-2}, \dots, |\xi_M|^{p-2})$, $\mathbf{g}_p = \mathbf{g}_{\text{gd}} - \frac{\mathbf{g}_{\text{gd}}^T \boldsymbol{\xi}_i^* \boldsymbol{\xi}_i}{\|\boldsymbol{\xi}_i\|^2}$, 可得 $(\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} F(1 - \|\boldsymbol{\xi}_i\|^2))^H \mathbf{g}_p = 0$ 。因此, $(\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} P)^H \mathbf{g}_p$ 可以计算为

$$(\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} P)^H \mathbf{g}_p = \mathbf{g}_{\text{gd}}^H \mathbf{g}_p = \|\mathbf{g}_{\text{gd}}\|^2 (1 - (\cos \varrho)^2) \geq 0, \quad (4.69)$$

其中 $\varrho = \arccos\left(\frac{\mathbf{g}_{\text{gd}}^H \boldsymbol{\xi}_i}{\|\mathbf{g}_{\text{gd}}\| \|\boldsymbol{\xi}_i\|}\right)$ 是向量 \mathbf{g}_{gd} 和 $\boldsymbol{\xi}_i$ 之间的角度。

将(4.69)代入(4.66)可得

$$P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) - P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_i) = (\nabla_{\boldsymbol{\xi}_i} P)^H \mathbf{g}_p \frac{\sqrt{M}}{\|\mathbf{g}_p\|^2} \varpi^* \geq 0. \quad (4.70)$$

因此, 结合1)和2)可得

$$P(\mathbf{w}_{i+1}, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) \geq P(\mathbf{w}_i, \boldsymbol{\xi}_{i+1}) \geq P(\mathbf{w}_i, \boldsymbol{\xi}_i). \quad (4.71)$$

□

注4.4. 虽然由于问题的非凸性只能得到次优解，但是所提出的联合优化算法提供了一种可以逐渐增加平均接收功率的有效方法。

注4.5. *BS*有源波束设计的复杂度主要在于特征向量的计算，复杂度为 $\mathcal{O}(N^3)$ 。而*IRS*波束设计算法的复杂度主要在于(4.60)中梯度的计算，包括 ℓ_p 以及 $\left(\mathbf{B} \odot (\bar{\mathbf{H}}_{B2I} \mathbf{w} \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{H}}_{B2I}^H)^T\right) \boldsymbol{\xi}$ 的计算。因此，算法2每次迭代的复杂度为 $\mathcal{O}(M^2 + pM)$ 。最终，得到联合波束设计算法每次迭代的复杂度为 $\mathcal{O}(N_{iter}(M^2 + pM) + N^3)$ ，其中 N_{iter} 表示算法2的迭代次数。

4.5 可达速率分析

本节将对可达速率进行详细的分析。

定理4.3. 可达速率可由下式给出

$$R = \log_2 \left(1 + \frac{\tilde{\mathbf{w}}^H \mathbf{T} \tilde{\mathbf{w}}}{\sigma_0^2} \right), \quad (4.72)$$

其中 $\tilde{\mathbf{w}} \triangleq \sqrt{P_{BS}} \mathbf{t}_{max}$ 。

证明: 利用命题4.2，定理4.3即可得证。 \square

定理4.3给出了可达速率的确切表达式，量化了关键系统参数（例如，*BS*天线和反射元的数量）以及估计误差对可达速率的影响。例如，可以看出，*SNR*与 \mathbf{T} 密切相关，根据命题4.2中 \mathbf{T} 的具体表达式，可以得出以下结论：随着角度估计误差的增加，*SNR*几乎成指数式地下降。这是因为采用不准确的估计角度所设计的波束难以对准用户，从而导致用户有效接收功率的严重损失。

推论4.2. 假设莱斯因子较大，用户在靠近*IRS*的位置，那么可达速率可以近似为

$$R_{approx} = \log_2 \left(1 + \frac{P_{BS} \Omega}{\sigma_0^2} \right), \quad (4.73)$$

其中

$$\begin{aligned} \Omega \triangleq & N \beta_{B2I2U} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \xi_m^* \xi_n [\mathbf{B}]_{mn} b_{B2Ia,m}^* b_{B2Ia,n} \\ & + 2 \sqrt{\beta_{B2I2U} \beta_{B2U}} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m=1}^M \xi_m^* b_{B2Ia,m}^* \left(\sum_{i=1}^N [\mathbf{C}]_{mi} a_{B2I,i}^* \right) \right\} + N \beta_{B2U} + N \sigma_{NLoS}^2, \end{aligned} \quad (4.74)$$

其中 $a_{B2I,m}$ 和 $b_{B2Ia,m}$ 分别是 $\mathbf{a}^T(\bar{\theta}_{x-B2I}, \bar{\theta}_{y-B2I})$ 和 $\mathbf{b}^T(\bar{\theta}_{x-B2Ia}, \bar{\theta}_{y-B2Ia})$ 的第 m 个元素。

证明: 见附录B.5。 \square

推论4.2表明增加BS天线的数量可以大大提高可达速率。具体而言, BS-用户链路和BS-IRS-用户级联链路的SNR均随 N 成线性增长。此外, 为了更进一步的分析, 还推导出了可达速率的上界。

命题4.4. 可达速率的上界为

$$R_{upper} = \log_2 \left(1 + \frac{P_{BS}N (\beta_{B2I2U}M^2 + 2\sqrt{\beta_{B2I2U}\beta_{B2U}}M + \beta_{B2U} + \sigma_{NLoS}^2)}{\sigma_0^2} \right). \quad (4.75)$$

证明: 根据推论4.2并利用 $\sum_{m=1}^M a_m \leq \sum_{m=1}^M |a_m|$, 可得

$$\Omega \leq N\beta_{B2I2U} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M |[B]_{mn}| + 2\sqrt{\beta_{B2I2U}\beta_{B2U}} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N |[C]_{mi}| + N\beta_{B2U} + N\sigma_{NLoS}^2. \quad (4.76)$$

注意到 $|[B]_{mn}| \leq 1$ 以及 $|[C]_{mi}| \leq 1$, 命题(4.75) 即可得证。 \square

命题4.4表明在固定发射功率的情况下, 可达速率主要由反射元和BS天线的数量决定。具体而言, 有效SNR与BS天线的数量成正比。此外, BS-IRS-用户的级联链路获得了 M^2 的功率增益, IRS不仅在IRS-用户的链路中实现了 M 倍的无源波束赋形增益, 而且还通过在BS-IRS的链路中收集了更多的信号功率获得了 M 倍的固有孔径增益。值得注意的是, 根据能量守恒定律, 只有当 $\sqrt{MA_p} \ll d_{B2I}$ 时, M^2 的功率增益才成立, 其中 A_p 是每个反射元的有效孔径/面积^[38]。

4.6 仿真结果

本节将提供数值仿真结果以分析基于角度域的IRS辅助的无线通信系统的性能, 并验证所提出的ML估计器以及波束赋形方案的性能。将大尺度衰落系数建模为 $\alpha = L_d^{-\chi}$, 其中 χ 是路径损耗指数, L_d 是传输距离。假设基站位于坐标系原点, 用户和IRS的位置分别表示为 $(d_{B2U}, \theta_{B2U}, \phi_{B2U})$ 和 $(d_{B2I}, \theta_{B2I}, \phi_{B2I})$ 。除非另有说明, 否则仿真中采用如下参数: $N = 16, M = 256, P_{BS} = 10 \text{ dBm}, \sigma_0^2 = -60 \text{ dBm}, v_{B2U} = v_{I2U} = v_{B2I} = 5, \chi_{B2U} = \chi_{I2U} = \chi_{B2I} = 2.5$, IRS位置 $(42\text{m}, 63^\circ, -16^\circ)$, 用户位置 $(41\text{m}, 47^\circ, -16^\circ)$ 。

图4.2展示了定理4.1给出的ML估计器的性能, 其中分析结果根据推论4.1中的(4.24)所生成。另外, 将基于MUSIC的角度估计方法作为基准方案, 进行了比较。分别定义 $\text{MSE}_{x\text{-B2U}}$ 和 $\text{MSE}_{y\text{-B2U}}$ 为 $\mathbb{E}\{(\hat{\theta}_{x\text{-B2U}} - \bar{\theta}_{x\text{-B2U}})^2\}$ 和 $\mathbb{E}\{(\hat{\theta}_{y\text{-B2U}} - \bar{\theta}_{y\text{-B2U}})^2\}$ 。可以看到, 数值结

果与分析结果完全匹配，从而验证了解析表达式的正确性。尽管基于MUSIC的角度估计方法比所提出的角度估计方法性能稍好一些，但与所提出的方法相比，它需要更多的训练时间并且具有更高的计算复杂度。此外，正如推论4.1中所预期的那样，增加BS天线的数量可以大大减少均方误差。这是因为使用大量的BS天线，可以获得更多与角度相关的数据，基于这些数据，可以更准确地估计角度信息。由于较大的莱斯因子意味着由NLoS路径引起的不确定性更小，所以MSE是关于莱斯因子的递减函数。另外，随着接收SNR的增加，噪声所引起的不确定性逐渐减小，因此MSE随接收SNR的增加而减小。

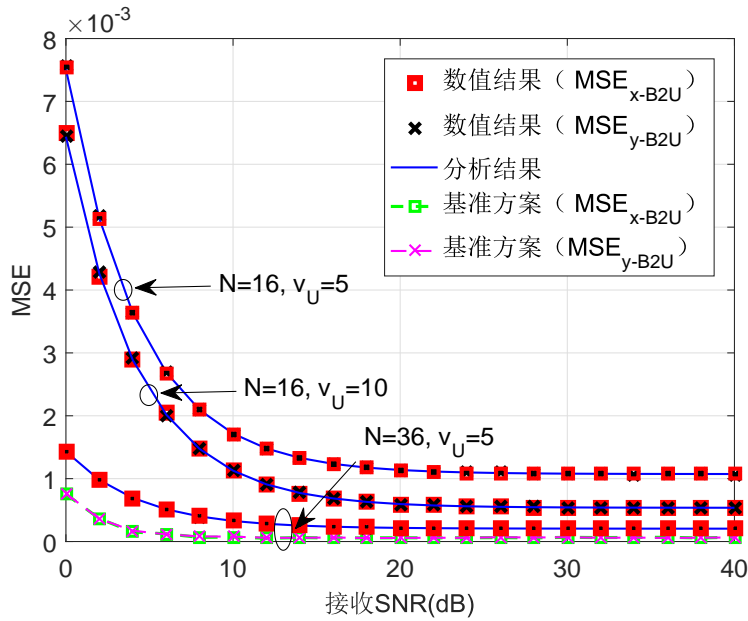


图 4.2 ML估计器的性能

图4.3展示了由引理4.1给出的IRS到用户的有效角度的MSE，其中分析结果是根据定理4.2所生成，当 $Ra = 3$ 时，用户位置设置为 $(57.8\text{m}, 63^\circ, -16^\circ)$ ， MSE_{x-12U} 和 MSE_{y-12U} 分别定义为 $\mathbb{E}\{(\hat{\theta}_{x-12U} - \bar{\theta}_{x-12U})^2\}$ 和 $\mathbb{E}\{(\hat{\theta}_{y-12U} - \bar{\theta}_{y-12U})^2\}$ 。可以看到，数值曲线与分析曲线非常吻合。此外，由于IRS-用户有效角度的计算依赖于BS-用户有效角度的估计值，因此MSE随着BS接收SNR的增加而逐渐降低。而且，增加 Ra 将严重降低角度估计的准确性，原因是较大的 Ra 意味着用户更接近IRS，这使得反射信道的角度估计对 $\bar{\theta}_{x-B2U}$ 以及 $\bar{\theta}_{y-B2U}$ 的估计误差更加地敏感。

图4.4展示了算法3的收敛性。正如命题4.3中所分析的一样，所提出的波束赋形算法随着迭代次数的增加可以逐渐提高用户接收SNR。此外，该算法仅经过少数几次迭代即可收敛，因此具有较低的复杂度。并且增加反射元数量可以进一步改善接收SNR，证实了部署IRS可以带来显著的性能增益。

图4.5展示了所提出的波束赋形算法（即算法3）的性能，其中 $N = 4$ ， $M = 36$ 。而且，

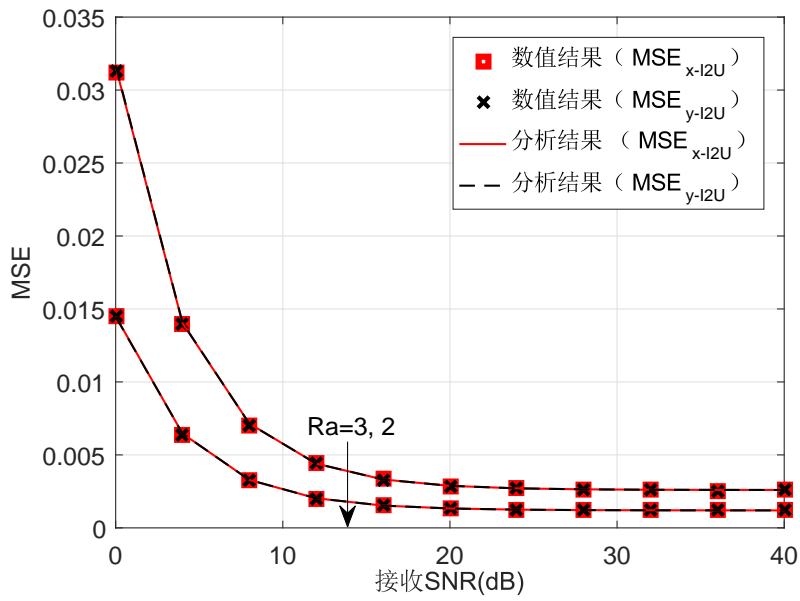


图 4.3 IRS-用户角度估计的性能

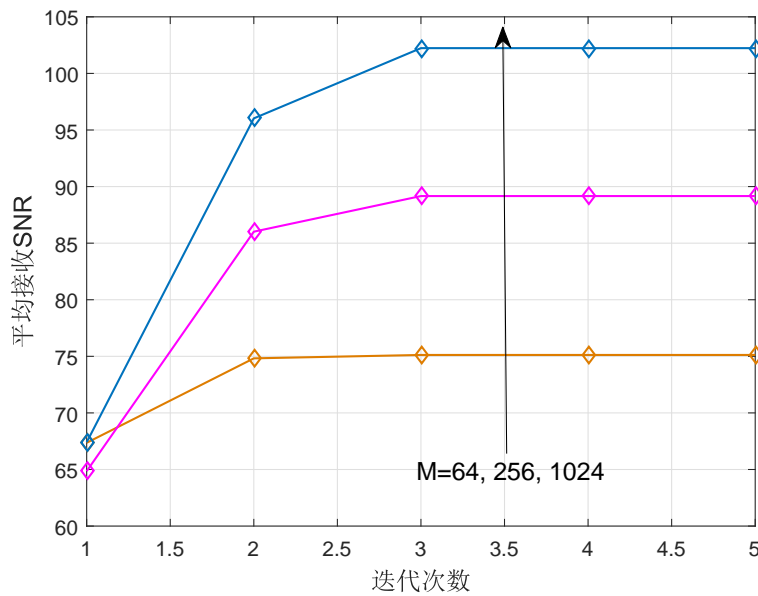


图 4.4 波束赋形算法的收敛性

将基于完美CSI的波束赋形算法^[13]以及基于角度信息（采用MUSIC方法估计角度）的波束赋形算法分别作为基准算法1和基准算法2，和所提出的波束赋形算法进行了比较。可以看出，所提出的基于角度的波束赋形算法与两个基准算法具有相近的性能。基准算法1取得了最好的性能，但是需要完美CSI，存在导频开销大的问题。尽管基准算法2的性能比所提出的算法的性能稍好一些，但是基准算法2采用了MUSIC方法来估计角度信息，而MUSIC角度估计方法相比于所提出的角度估计方法，具有更高的导频开销和计算复杂度。

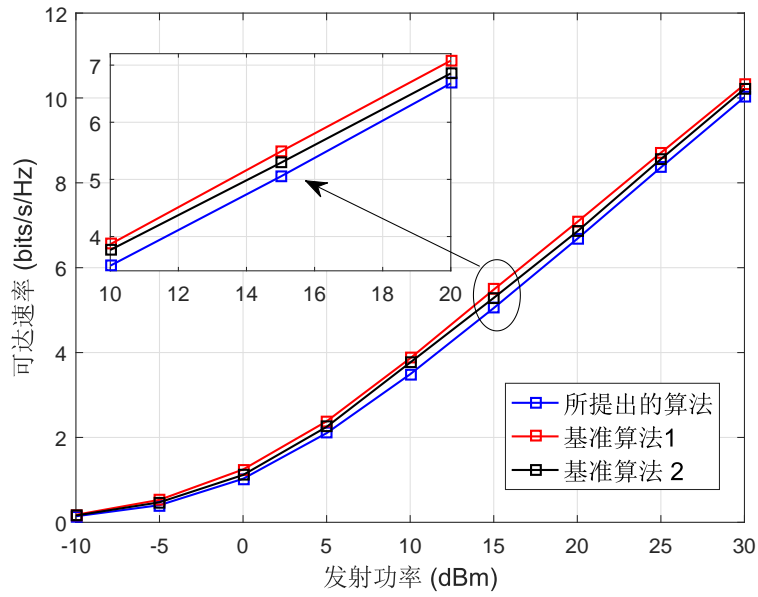


图 4.5 波束赋形算法的性能

图4.6描述了反射元数量对BS波束方向图的影响，其中用户位置(41m, 133°, -16°), IRS位置(42m, 63°, -16°), $N = 36$ 。可以看到，反射元数量为400时，主瓣位于用户方向。随着反射元数量的增加，用户方向上的波瓣逐渐变小，主瓣出现在IRS方向上，这是因为增加反射元的数量可以增强BS-IRS-用户的级联链路。

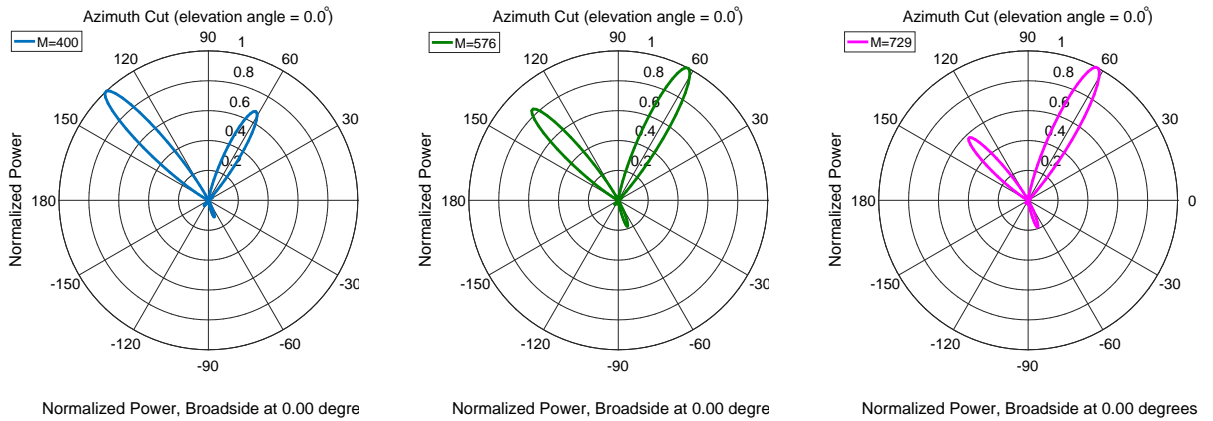


图 4.6 反射元数量对BS波束方向图的影响

图4.7展示了不同设置下的用户可达速率，其中近似速率和极限值所对应的曲线分别是根据推论4.2和命题4.4所绘制。可以很容易地观察到，这两条曲线和准确速率所对应的曲线具有相同的变化趋势，验证了推论4.2和命题4.4中的分析结果。而且，有IRS时的可达速率远远高于没有IRS时的可达速率，证实了部署IRS可以带来显著的性能增益。此外，当BS和用户之间的直接链路不存在时，无法获得关于BS-用户以及IRS-用户信道的任何信

息，因此具有极低的可达速率。

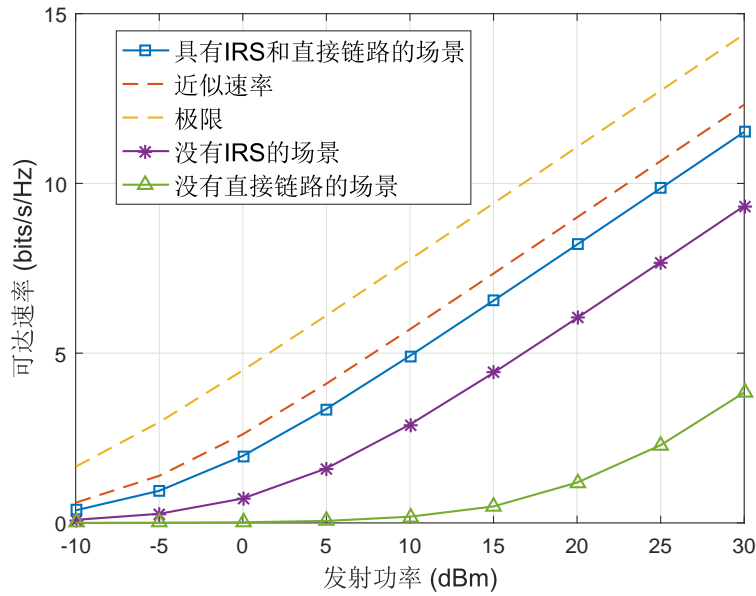


图 4.7 不同设置下的用户可达速率

4.7 本章小结

本章考虑了基于角度域的IRS辅助的无线通信系统，提出了BS-用户有效角度的ML估计器，基于该ML估计器，估计出IRS-用户有效角度。分析结果表明，增加BS天线的数量可以显著减小估计误差。而且，将IRS放置在靠近BS的位置也有助于减小角度估计的误差。然后，基于估计的角度，提出了一种低复杂度的BS有源波束和IRS无源波束的联合优化算法。仿真结果表明，所提出的波束赋形算法和两种基准波束赋形算法（即基于完美CSI的算法和基于MUSIC角度估计的算法）具有相似的性能。BS波束方向图表明，随着反射元数量的增加，BS波束应该对准IRS方向。此外，对可达速率的分析量化了部署大量BS天线或反射元的好处。具体而言，BS-用户链路和BS-IRS-用户级联链路可以分别获得数量级为 N 和 NM^2 的功率增益。

第五章 IRS辅助的无线通信系统的鲁棒性波束设计

5.1 引言

上一章研究了基于角度信息的信道估计方案和波束赋形方案，有效降低了信道估计的导频开销以及波束设计的复杂度。然而，IRS辅助的无线通信系统中除了存在信道估计开销大的问题，还存在估计不准确的问题。现有文献中大多基于完美CSI来联合设计BS有源波束和IRS无源波束。然而在信道估计有误差的情况下，用户的速率难以保证。为了解决这个问题，文献^[82]考虑非完美的反射信道，研究了IRS辅助的多用户系统中有源和无源波束的鲁棒性设计，在满足用户最差QoS的条件下最小化BS发射功率。更进一步，文献^[83]考虑非完美的级联信道，针对IRS协助的物理层安全系统，设计了鲁棒性的波束成形方案以最大化系统能效。结果表明，即使在CSI不完美的情况下，使用IRS也能有效地提高系统能效。同样针对IRS协助的物理层安全系统，文献^[84]考虑非完美的级联信道，通过设计鲁棒性的波束赋形方案在满足中断概率约束下最小化BS发射功率。

然而，上述鲁棒性的波束设计方案都是基于不完美的瞬时CSI。由于IRS数量庞大的反射元，瞬时CSI的获取会导致极大的导频开销。为了解决上述问题，一种可能的方法是仅估计信道的角度信息，即AoA和AoD。由于IRS和BS的位置保持固定，因此BS和IRS之间的信道变化非常缓慢，可以通过计算AoA和AoD来准确估计^[76]。然后，利用全球定位系统（Global Positioning System, GPS）提供的用户位置信息，可以获得IRS-用户的反射信道的角度信息。然而，由于用户的移动性和GPS的精度，用户位置信息可能不准确，从而导致估计的角度信息有误差。

因此，本章针对用户位置不确定性所导致的信道估计误差，提出了一种鲁棒性的波束设计框架。与采用传统误差模型的文献^[82-84]不同，本章首先设计了基于位置信息的信道估计方案，然后提出了与位置不确定性相关的更实际的信道估计误差模型。考虑位置误差满足有界球面误差模型的情况，联合设计BS有源波束和IRS无源波束以最小化BS发射功率，同时针对所有可能的位置误差都要求满足最低可达速率的约束。

本章内容安排如下：5.2节介绍了基于IRS辅助的MISO系统的系统模型；5.3节提出了

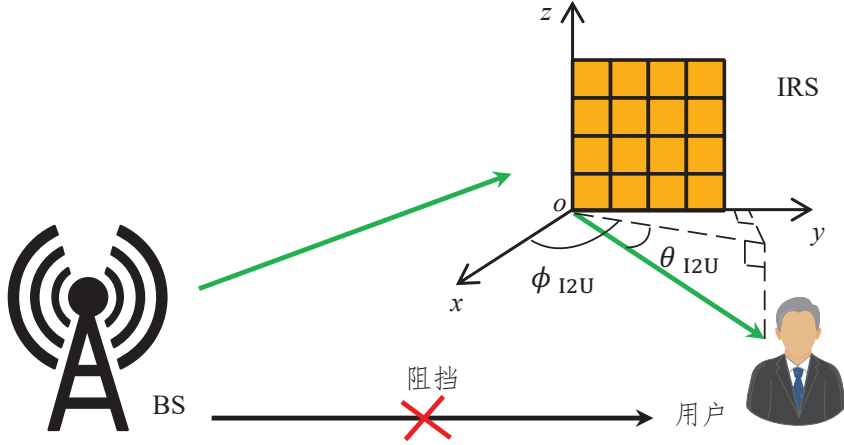


图 5.1 IRS辅助的MISO系统

基于位置信息的信道估计方案；5.4节考虑由于位置不确定性所导致的信道估计误差，设计了一种鲁棒性的有源和无源波束联合优化算法；5.5节提供了数值仿真结果以验证所提出的鲁棒性波束赋形算法的性能；最后，5.6节对本章进行了总结。

5.2 系统模型

如图5.1所示，本章考虑一个IRS辅助的MISO系统，其中BS在IRS的协助下与单天线用户进行通信。BS具有 N 个天线，IRS具有 M 个反射元。BS和IRS均为URA，大小分别为 $N_y \times N_z$ 和 $M_y \times M_z$ ，其中 N_y (N_z)和 M_y (M_z)分别表示沿 y (z)轴的BS天线和反射元的数量。此外，假设由于阻塞或不利的传播环境，BS和用户之间不存在直接信道。

5.2.1 下行链路数据传输

在下行链路数据传输阶段，BS发送信号 $\mathbf{x} = \mathbf{w}s$ ，其中 \mathbf{w} 是BS波束赋形向量， s 是给用户的信息符号，且满足 $\mathbb{E}\{|s|^2\} = 1$ 。用户接收的信号为

$$y = \mathbf{g}_{I2U}^T \Theta \mathbf{G}_{B2I} \mathbf{w} s + n, \quad (5.1)$$

其中 $\mathbf{g}_{I2U} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示IRS到用户的信道， $\mathbf{G}_{B2I} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 表示BS到IRS的信道， n 是均值为零方差为 σ_0^2 的AWGN。IRS的相移矩阵表示为 $\Theta = \text{diag}(\boldsymbol{\xi}) \in \mathbb{C}^{M \times M}$ ，其中 $\boldsymbol{\xi} = [e^{j\vartheta_1}, \dots, e^{j\vartheta_n}, \dots, e^{j\vartheta_M}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示无源波束。

5.2.2 信道模型

考虑窄带mmWave系统，并采用窄带几何信道模型。因此，IRS-BS信道可以表示为

$$\mathbf{G}_{\text{B2I}} = \sum_{l=1}^D \beta_l \mathbf{b}(\vartheta_{z\text{-B2Ia},l}, \vartheta_{y\text{-B2Ia},l}) \mathbf{a}^T(\vartheta_{z\text{-B2I},l}, \vartheta_{y\text{-B2I},l}), \quad (5.2)$$

其中 D 是路径数， β_l 是第 l 条路径的信道系数， \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 分别为BS和IRS的阵列响应向量。第 l 条路径的有效AoD，即沿 z 和 y 轴的两个相邻天线之间的相位差分别由下面两个式子给出：

$$\vartheta_{z\text{-B2I},l} = -\frac{2\pi d_{\text{BS}}}{\lambda} \sin \theta_{\text{B2I},l}, \quad (5.3)$$

$$\vartheta_{y\text{-B2I},l} = -\frac{2\pi d_{\text{BS}}}{\lambda} \cos \theta_{\text{B2I},l} \sin \phi_{\text{B2I},l}, \quad (5.4)$$

其中 d_{BS} 是相邻BS天线之间的距离， λ 是载波波长， $\theta_{\text{B2I},l}$ 和 $\phi_{\text{B2I},l}$ 分别是对应于AoD的仰角和方位角。同样，两个有效AoA可以分别表示为

$$\vartheta_{z\text{-B2Ia},l} = \frac{2\pi d_{\text{IRS}}}{\lambda} \cos \theta_{\text{B2Ia},l} \cos \phi_{\text{B2Ia},l}, \quad (5.5)$$

$$\vartheta_{y\text{-B2Ia},l} = \frac{2\pi d_{\text{IRS}}}{\lambda} \cos \theta_{\text{B2Ia},l} \sin \phi_{\text{B2Ia},l}, \quad (5.6)$$

其中 d_{IRS} 是相邻反射元之间的距离， $\theta_{\text{B2Ia},l}$ 和 $\phi_{\text{B2Ia},l}$ 分别表示仰角和方位角。此外，进一步假设 $d_{\text{BS}} = d_{\text{IRS}} = \frac{\lambda}{2}$ 。

阵列响应向量 $\mathbf{a}(\vartheta_z, \vartheta_y) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 的第 s 个元素和 $\mathbf{b}(\vartheta_z, \vartheta_y) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 的第 i 个元素分别表示为

$$[\mathbf{a}(\vartheta_z, \vartheta_y)]_s = e^{j\pi\{(s_m-1)\vartheta_z + (s_n-1)\vartheta_y\}}, \quad (5.7)$$

$$[\mathbf{b}(\vartheta_z, \vartheta_y)]_i = e^{j\pi\{(i_m-1)\vartheta_z + (i_n-1)\vartheta_y\}}, \quad (5.8)$$

$$s_m = s - (\lceil s/N_z \rceil - 1)N_z, \quad s_n = \lceil s/N_z \rceil, \quad (5.9)$$

$$i_m = i - (\lceil i/M_z \rceil - 1)M_z, \quad i_n = \lceil i/M_z \rceil, \quad (5.10)$$

其中 $j = \sqrt{-1}$ ， $[\mathbf{z}]_i$ 表示向量 \mathbf{z} 的第 i 个元素。

由于IRS通常部署在用户附近，因此采用LoS模型对IRS与用户之间的反射信道进行建模，将IRS到用户的反射信道表示

$$\mathbf{g}_{\text{I2U}}^T = \alpha_{\text{I2U}} \mathbf{b}^T(\vartheta_{z\text{-I2U}}, \vartheta_{y\text{-I2U}}), \quad (5.11)$$

其中 α_{I2U} 表示信道系数，IRS到用户的两个有效AoD（即 $\vartheta_{z\text{-I2U}}$ 和 $\vartheta_{y\text{-I2U}}$ ）分别定义为

$$\vartheta_{z\text{-I2U}} = -\frac{2d_{\text{IRS}}}{\lambda} \sin \theta_{\text{I2U}} = -\sin \theta_{\text{I2U}}, \quad (5.12)$$

$$\vartheta_{y\text{-I2U}} = -\frac{2d_{\text{IRS}}}{\lambda} \cos \theta_{\text{I2U}} \sin \phi_{\text{I2U}} = -\cos \theta_{\text{I2U}} \sin \phi_{\text{I2U}}, \quad (5.13)$$

其中 θ_{I2U} 和 ϕ_{I2U} 分别表示仰角和方位角（如图5.1所示）。

5.2.3 可达速率

用户的可达速率为

$$R = \log_2 \left(1 + |\mathbf{g}_{\text{I2U}}^T \Theta \mathbf{G}_{\text{B2I}} \mathbf{w}|^2 / \sigma_0^2 \right). \quad (5.14)$$

5.3 基于位置信息的信道估计

在IRS辅助的无线通信系统中，由于IRS的位置固定，BS-IRS信道（即 \mathbf{G}_{B2I} ）通常会长期保持恒定，所以可以准确地进行估计。因此，假设 \mathbf{G}_{B2I} 完全已知。相反，由于用户的移动性，反射信道 \mathbf{g}_{I2U} 随时间变化，需要实时估计更新，因此，本节提出了一种基于位置信息的信道估计方案来估计反射信道 \mathbf{g}_{I2U} 。

仰角 θ_{I2U} 和方位角 ϕ_{I2U} 与IRS和用户的位置坐标之间有如下关系

$$y_{\text{U}} - y_{\text{I}} = d_{\text{I2U}} \cos \theta_{\text{I2U}} \sin \phi_{\text{I2U}}, \quad z_{\text{U}} - z_{\text{I}} = d_{\text{I2U}} \sin \theta_{\text{I2U}}, \quad (5.15)$$

其中 d_{I2U} 表示IRS和用户之间的距离， $(x_{\text{I}}, y_{\text{I}}, z_{\text{I}})$ 和 $(x_{\text{U}}, y_{\text{U}}, z_{\text{U}})$ 分别表示IRS和用户的位置坐标。将(5.15)代入(5.12)和(5.13)，得到有效AoD（即 $\vartheta_{z\text{-I2U}}$ 和 $\vartheta_{y\text{-I2U}}$ ）和IRS以及用户位置的关系

$$\vartheta_{y\text{-I2U}} = (y_{\text{I}} - y_{\text{U}}) / d_{\text{I2U}}, \quad \vartheta_{z\text{-I2U}} = (z_{\text{I}} - z_{\text{U}}) / d_{\text{I2U}}. \quad (5.16)$$

实际中，通过GPS获取的用户位置信息是不完美的。令 $(\hat{x}_{\text{U}}, \hat{y}_{\text{U}}, \hat{z}_{\text{U}})$ 表示用户位置坐标的估计值， $\Delta \triangleq [\Delta x_{\text{U}}, \Delta y_{\text{U}}, \Delta z_{\text{U}}]^T$ 表示估计误差。那么，IRS到用户的有效AoD的估计值为

$$\hat{\vartheta}_{y\text{-I2U}} = (y_{\text{I}} - \hat{y}_{\text{U}}) / \hat{d}_{\text{I2U}}, \quad \hat{\vartheta}_{z\text{-I2U}} = (z_{\text{I}} - \hat{z}_{\text{U}}) / \hat{d}_{\text{I2U}}. \quad (5.17)$$

命题5.1. IRS到用户的有效AoD可以分解为

$$\vartheta_{z\text{-I2U}} = \hat{\vartheta}_{z\text{-I2U}} + \epsilon_{z\text{-I2U}}, \quad \vartheta_{y\text{-I2U}} = \hat{\vartheta}_{y\text{-I2U}} + \epsilon_{y\text{-I2U}}, \quad (5.18)$$

其中

$$\epsilon_{z\text{-I2U}} = \frac{\left(\hat{\vartheta}_{z\text{-I2U}}^2 - 1 \right) \Delta z_{\text{U}} + \hat{\vartheta}_{z\text{-I2U}} \hat{\vartheta}_{y\text{-I2U}} \Delta y_{\text{U}} + \hat{\vartheta}_{z\text{-I2U}} \hat{\vartheta}_{x\text{-I2U}} \Delta x_{\text{U}}}{\hat{d}_{\text{I2U}}}, \quad (5.19)$$

$$\epsilon_{y\text{-I2U}} = \frac{\left(\hat{\vartheta}_{y\text{-I2U}}^2 - 1 \right) \Delta y_{\text{U}} + \hat{\vartheta}_{y\text{-I2U}} \hat{\vartheta}_{z\text{-I2U}} \Delta z_{\text{U}} + \hat{\vartheta}_{y\text{-I2U}} \hat{\vartheta}_{x\text{-I2U}} \Delta x_{\text{U}}}{\hat{d}_{\text{I2U}}}, \quad (5.20)$$

其中 (x_U, y_U, z_U) 表示用户的准确位置, $\hat{\vartheta}_{x-12U} \triangleq \frac{x_U - \hat{x}_U}{\hat{d}_{12U}}$, $\Delta x_U = x_U - \hat{x}_U$, $\Delta y_U = y_U - \hat{y}_U$ 以及 $\Delta z_U = z_U - \hat{z}_U$ 分别表示沿着 x 、 y 和 z 轴方向的位置误差。

证明: 根据(5.17)再经过一些简单的数学推演, 命题5.1即可得证。 \square

利用命题5.1中的结论, 反射信道可表示为

$$\mathbf{g}_{12U} = \hat{\mathbf{g}}_{12U} \odot \mathbf{e}_{12U}, \quad (5.21)$$

其中 \odot 表示Hadamard乘积, $\hat{\mathbf{g}}_{12U} = \alpha_{12U} \mathbf{b}(\hat{\vartheta}_{z-12U}, \hat{\vartheta}_{y-12U})$ 表示反射信道的估计值, \mathbf{e}_{12U} 表示估计误差, 其第 i 个元素为 $[\mathbf{e}_{12U}]_i = e^{j\pi \mathbf{f}_i^T \Delta}$, 其中

$$\mathbf{f}_i = [a_{i_m i_n}, b_{i_m i_n}, c_{i_m i_n}]^T, \quad (5.22)$$

$$a_{i_m i_n} \triangleq (i_m - 1) \frac{\hat{\vartheta}_{z-12U} \hat{\vartheta}_{x-12U}}{\hat{d}_{12U}} + (i_n - 1) \frac{\hat{\vartheta}_{y-12U} \hat{\vartheta}_{x-12U}}{\hat{d}_{12U}}, \quad (5.23)$$

$$b_{i_m i_n} \triangleq (i_m - 1) \frac{\hat{\vartheta}_{z-12U} \hat{\vartheta}_{y-12U}}{\hat{d}_{12U}} + (i_n - 1) \frac{\hat{\vartheta}_{y-12U}^2 - 1}{\hat{d}_{12U}}, \quad (5.24)$$

$$c_{i_m i_n} \triangleq (i_m - 1) \frac{\hat{\vartheta}_{z-12U}^2 - 1}{\hat{d}_{12U}} + (i_n - 1) \frac{\hat{\vartheta}_{y-12U} \hat{\vartheta}_{z-12U}}{\hat{d}_{12U}}, \quad (5.25)$$

$$i_m = i - (\lceil \frac{i}{M_z} \rceil - 1)M_z, \quad i_n = \lceil \frac{i}{M_z} \rceil. \quad (5.26)$$

5.4 鲁棒性波束设计

假设位置误差被限制在半径为 Υ 的球体内, 即 $\|\Delta\|^2 \leq \Upsilon^2$ 。通过联合设计BS有源波束 \mathbf{w} 和IRS无源波束 ξ , 在最差QoS约束下(即不论位置误差是多少可达速率应始终高于阈值 r)最小化BS发射功率。该优化问题可以建模为

$$\begin{aligned} & \min_{\{\mathbf{w}, \xi\}} \|\mathbf{w}\|^2 \\ & \text{s. t. } R \geq r, \forall \|\Delta\|^2 \leq \Upsilon^2, |\xi_i| = 1, i = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (5.27)$$

将(5.14)和(5.21)代入(5.27), 得到

$$\begin{aligned} & \min_{\{\mathbf{w}, \xi\}} \|\mathbf{w}\|^2 \\ & \text{s. t. } |(\hat{\mathbf{g}}_{12U} \odot \mathbf{e}_{12U})^T \Theta \mathbf{G}_{B2I} \mathbf{w}|^2 \geq (2^r - 1) \sigma_0^2, \forall \|\Delta\|^2 \leq \Upsilon^2, \\ & |\xi_i| = 1, i = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (5.28)$$

5.4.1 问题转化

令 $\mathbf{d} \triangleq \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_{12U}) \Theta \mathbf{G}_{B2I} \mathbf{w}$ 以及 $\bar{\Delta} \triangleq \frac{\Delta}{d_{12U}}$, (5.28) 中的鲁棒性约束可以重新表示为

$$|\mathbf{e}_{12U}^T \mathbf{d}|^2 \geq (2^r - 1) \sigma_0^2, \forall \|\bar{\Delta}\|^2 \leq \frac{\Upsilon^2}{\hat{d}_{12U}^2}. \quad (5.29)$$

由于位置误差集合的连续性, (5.29) 是一个非凸约束, 涉及无限多个不等式约束。为了处理该无限不等式约束, 下面给出(5.29)左边式子的近似值。

命题5.2. (5.29) 左边式子可以近似为

$$|\mathbf{e}_{12U}^T \mathbf{d}|^2 \approx Q + 2\phi^T \bar{\Delta} + \bar{\Delta}^T \Phi \bar{\Delta}, \quad (5.30)$$

其中 $[\Phi]_{sl} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M [\mathbf{d}]_m [\mathbf{d}]_n^* [\bar{\mathbf{f}}_m - \bar{\mathbf{f}}_n]_s [\bar{\mathbf{f}}_m - \bar{\mathbf{f}}_n]_l$, $Q = |\mathbf{1}^T \mathbf{d}|^2$, $\phi = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M [\mathbf{d}]_m [\mathbf{d}]_n^* (\bar{\mathbf{f}}_m - \bar{\mathbf{f}}_n)$, $\bar{\mathbf{f}}_m \triangleq j\pi \hat{d}_{12U} \mathbf{f}_m$, $[\Phi]_{sl}$ 表示 Φ 中第 s 行第 l 列的元素。

证明: 该命题可以通过应用二阶泰勒展开式进行证明。 □

根据命题5.2, (5.29) 可以被重新表示为

$$Q + 2\phi^T \bar{\Delta} + \bar{\Delta}^T \Phi \bar{\Delta} \geq (2^r - 1) \sigma_0^2, \forall \|\bar{\Delta}\|^2 \leq \frac{\Upsilon^2}{\hat{d}_{12U}^2}. \quad (5.31)$$

然后, 利用以下引理将约束(5.31)转化为只涉及一个矩阵不等式的等效形式。

引理5.1. (*General S-Procedure*) 考虑二次矩阵不等式 (*Quadratic Matrix Inequality, QMI*) [85]

$$\begin{aligned} h(\mathbf{X}) &= \mathbf{X}^H \mathbf{A} \mathbf{X} + 2\text{Re}(\mathbf{B}^H \mathbf{X}) + \mathbf{C} \succeq \mathbf{0}, \\ \forall \mathbf{X} &\in \{\mathbf{Y} | \text{tr}(\mathbf{D} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H) \leq 1, \mathbf{D} \succeq \mathbf{0}\}, \end{aligned} \quad (5.32)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹, $\mathbf{A}, \mathbf{D} \in \mathbb{H}^m$, \mathbb{H}^m 表示 $m \times m$ Hermitain 矩阵的集合, $\mathbf{X}, \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{m \times n}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{H}^n$ 。该 QMI 仅在以下条件下成立: 存在 $\mu \geq 0$ 使得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{B}^H \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix} - \mu \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{D} \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}, \quad (5.33)$$

并且存在一个点 $\bar{\mathbf{X}}$ 使得 $h(\bar{\mathbf{X}}) \succeq \mathbf{0}$ 。

应用引理5.1将约束(5.31)转化为

$$\begin{bmatrix} Q - (2^r - 1)\sigma_0^2 - \mu & \phi^T \\ \phi & \Phi + \mu \frac{d_{12U}^2}{\Upsilon^2} \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}, \quad (5.34)$$

其中 $\mu \geq 0$ 是一个松弛变量。

变换后的约束(5.34)仅涉及一个矩阵不等式约束，与原始约束(5.29)中的无限多个约束相比，该约束更适合算法设计。但是，所产生的优化问题关于变量 \mathbf{w} 和 $\boldsymbol{\xi}$ 仍然是非凸的。因此，接下来将采用交替优化方法来迭代优化 \mathbf{w} 和 $\boldsymbol{\xi}$ 。

5.4.2 优化有源波束

对于给定的无源波束 $\boldsymbol{\xi}$ ，关于有源波束 \mathbf{w} 的子问题可以表示为

$$\min_{\{\mathbf{w}, \mu\}} \|\mathbf{w}\|^2, \text{ s.t. (5.34), } \mu \geq 0. \quad (5.35)$$

但是，约束(5.34)是非凸的。为了解决这个问题，将优化问题转换为秩为1约束下的SDP问题。定义新的变量为 $\bar{\mathbf{W}} = \mathbf{w}\mathbf{w}^H$ ，那么优化问题(5.35)转化为

$$\begin{aligned} & \min_{\{\bar{\mathbf{W}} \in \mathcal{S}_+^N, \mu\}} \text{tr}(\bar{\mathbf{W}}) \\ & \text{s. t. } \begin{bmatrix} \bar{Q} - (2^r - 1)\sigma_0^2 - \mu & \bar{\phi}^T \\ \bar{\phi} & \bar{\Phi} + \mu \frac{d_{12U}^2}{\Upsilon^2} \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}, \\ & \text{rank}(\bar{\mathbf{W}}) = 1, \mu \geq 0, \end{aligned} \quad (5.36)$$

其中 \mathcal{S}_+^N 表示 $N \times N$ 的半正定Hermitain矩阵的集合，

$$\bar{Q} = \mathbf{1}_M^T \mathbf{T} \bar{\mathbf{W}} \mathbf{T}^H \mathbf{1}_M, \quad (5.37)$$

$$[\bar{\phi}]_q = \text{tr}(\mathbf{D}_q \mathbf{T} \bar{\mathbf{W}} \mathbf{T}^H), \quad (5.38)$$

$$[\bar{\Phi}]_{sl} = \text{tr}(\mathbf{A}_{sl} \mathbf{T} \bar{\mathbf{W}} \mathbf{T}^H), \quad (5.39)$$

其中 $\mathbf{1}_M$ 表示所有元素全为1的 $M \times 1$ 向量， $\mathbf{T} = \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_{12U}) \boldsymbol{\Theta} \mathbf{G}_{B2I}$ ，矩阵 $\mathbf{D}_q \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 以及 $\mathbf{A}_{sl} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 的第 m 行第 n 列的元素分别为

$$[\mathbf{D}_q]_{mn} = [\bar{\mathbf{f}}_m - \bar{\mathbf{f}}_n]_q, \quad (5.40)$$

$$[\mathbf{A}_{sl}]_{mn} = [\bar{\mathbf{f}}_m - \bar{\mathbf{f}}_n]_s [\bar{\mathbf{f}}_m - \bar{\mathbf{f}}_n]_l. \quad (5.41)$$

优化问题(5.36)的非凸性是由于秩约束造成的。通常，这种秩约束问题具有非确定项多项式（Non-Deterministic Polynomial, NP）的复杂度。为了克服这个问题，采用SDR技术将上述优化问题转化为

$$\min_{\{\bar{\mathbf{w}} \in \mathbb{S}_+^N, \mu\}} \text{tr}(\bar{\mathbf{W}}) \quad (5.42)$$

$$\text{s. t.} \begin{bmatrix} \bar{Q} - (2^r - 1)\sigma_0^2 - \mu & \bar{\phi}^T \\ \bar{\phi} & \bar{\Phi} + \mu \frac{d_{2V}^2}{\Upsilon^2} \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}, \mu \geq 0. \quad (5.43)$$

最终，将该问题转化成了凸的SDP问题，因此可以通过凸优化工具（例如，CVX）有效地解决。尽管不能保证SDR获得的解满足秩约束，但在求解优化问题（5.42）的基础上，可以通过高斯随机化的方法获得一个满足秩约束的可行解。

5.4.3 优化无源波束

对于给定的有源波束 \mathbf{w} ，关于无源波束 $\boldsymbol{\xi}$ 的子问题变成了一个可行性问题。为了进一步提高优化性能，引入了松弛变量 v ，该变量被解释为用户的“SINR残差”。因此，关于 $\boldsymbol{\xi}$ 的可行性问题可建模如下

$$\max_{\{\boldsymbol{\xi}, v, \mu\}} v, \quad (5.44)$$

$$\text{s. t. Modified-(5.34), } v \geq 0, \mu \geq 0, |\xi_i| = 1, i = 1, \dots, M,$$

其中Modified-(5.34)是通过将(5.34)中的 $(2^r - 1)\sigma_0^2$ 替换为 $(2^r - 1)\sigma_0^2 + v$ 所得到。

采用变量替换的方法来解决非凸约束(5.34)以及单位模约束，并定义新的变量 $\boldsymbol{\Xi} = \boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}^H$ ，那么优化问题(5.44)转化为

$$\max_{\{\boldsymbol{\Xi}, \mu, v\}} v, \quad (5.45)$$

$$\text{s. t.} \begin{bmatrix} \tilde{Q} - (2^r - 1)\sigma_0^2 - \mu - v & \tilde{\phi}^T \\ \tilde{\phi} & \tilde{\Phi} + \mu \frac{d_{2V}^2}{\Upsilon^2} \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0},$$

$$[\boldsymbol{\Xi}]_{ii} = 1, i = 1, \dots, M,$$

$$\text{rank}(\boldsymbol{\Xi}) = 1, \boldsymbol{\Xi} \in \mathbb{S}_+^M, v \geq 0, \mu \geq 0,$$

算法 4 联合优化算法

- 1: **Initialization** : 给定初始值 $\boldsymbol{\xi}_0, \mathbf{w}_0$ 和计数变量 $i = 0$ 。
- 2: **repeat**
- 3: 给定无源波束 $\boldsymbol{\xi}_i$, 求解子问题(5.42), 之后采用高斯随机生成的方法获得一个可行的发射波束 \mathbf{w}_{i+1} 。
- 4: 给定有源波束 \mathbf{w}_{i+1} , 求解子问题(5.50), 之后采用高斯随机生成的方法获得一个可行的相移波束 $\boldsymbol{\xi}_{i+1}$ 。
- 5: $i \leftarrow i + 1$ 。
- 6: **until** (5.42)中目标函数的增量低于一个阈值 $\varepsilon > 0$ 。
- 7: **Output** : $\boldsymbol{\xi}^* = \boldsymbol{\xi}_i$ 以及 $\mathbf{w}^* = \mathbf{w}_i$ 。

其中

$$\tilde{Q} = \mathbf{1}_M^T \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Pi}^H \mathbf{1}_M, \quad (5.46)$$

$$[\tilde{\phi}]_q = \text{tr}(\mathbf{D}_q \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Pi}^H), \quad (5.47)$$

$$[\tilde{\Phi}]_{sl} = \text{tr}(\mathbf{A}_{sl} \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Pi}^H), \quad (5.48)$$

$$\boldsymbol{\Pi} = \text{diag}(\text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_{\text{IU}}) \boldsymbol{\Theta} \mathbf{G}_{\text{B2I}} \mathbf{w}). \quad (5.49)$$

采用SDR技术处理(5.45)中秩约束的非凸性, 并将上述优化问题转化为

$$\begin{aligned} & \max_{\{\boldsymbol{\Xi}, \mu, v\}} v, \\ & \text{s. t.} \quad \begin{bmatrix} \tilde{Q} - (2^r - 1) \sigma_0^2 - \mu - v & \tilde{\phi}^T \\ \tilde{\phi} & \tilde{\Phi} + \mu \frac{d_{\text{IU}}^2}{\Upsilon^2} \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}, \\ & \quad [\boldsymbol{\Xi}]_{ii} = 1, i = 1, \dots, M, \boldsymbol{\Xi} \in \mathbb{S}_+^M, v \geq 0, \mu \geq 0. \end{aligned} \quad (5.50)$$

最终, 将问题转化成了凸的SDP问题, 可以通过CVX有效解决。之后, 基于求解(5.44)所获得的高秩解, 应用高斯随机化方法可获得满足秩约束的可行解。

5.4.4 联合优化有源波束和无源波束

优化问题(5.27)通过交替求解两个子问题(5.42)和(5.50)来解决, 其详细过程参见算法4。

注5.1. 所有考虑的子问题都是SDP问题, 可以通过内点法解决。因此, 子问题(5.42)的复杂度近似为 $o_1 = \mathcal{O}(\sqrt{5}((\frac{N(N+1)}{2} + 2)^3 + 16(\frac{N(N+1)}{2} + 2)^2 + 64(\frac{N(N+1)}{2} + 2)))$, 子问题(5.50)的复

杂度近似为 $o_2 = \mathcal{O}(\sqrt{5}((\frac{M(M-1)}{2} + 2)^3 + 16(\frac{M(M-1)}{2} + 2)^2 + 64(\frac{M(M-1)}{2} + 2)))$ 。这样，整个算法每次迭代的复杂度为 $o_1 + o_2$ 。这就要求 *BS* 具有强大的计算能力，以便实时更新 *BS* 有源波束和 *IRS* 无源波束。

注5.2. 由于在解决两个子问题时采用了 *SDR* 技术并采用高斯随机生成技术，因此无法保证所提出的交替算法的严格收敛性。但是对于每个子问题，这样的 *SDR* 方法，在高斯随机生成次数足够多时至少可以保证达到最优目标值的 $\frac{\pi}{4}$ 。

5.5 仿真结果

本节提供数值仿真结果以评估所提出的鲁棒性波束赋形算法的性能。假设所考虑的系统在 28 GHz 下运行，带宽为 100MHz，噪声频谱功率密度为 -169dBm/Hz。IRS 位于笛卡尔坐标系的原点 (0, 0, 0)，BS 和用户的位置分别为 (100, -100, 0) 和 (20, 20, -20)。除非另有说明，否则采用以下参数设置： $N = 16$ ， $M = 100$ 以及 $\Upsilon = 4$ 。

图5.2将所提出的鲁棒方案与非鲁棒优化方案^[13]进行了比较。值得注意的是，目标速率 r 是预定义的阈值，而图2中的 x 轴（即 R ）是随机信道和随机位置误差下获得的速率。所提出的鲁棒性波束赋形方案要求在所有可能的位置误差下可达速率都应超过阈值 r ，而非鲁棒波束赋形方案则将估计的信道视为完美信道，并采用和所提出方案相同的发射功率，以最大化用户速率为目标。可以很容易地看出，采用鲁棒性波束赋形方案的用户速率变化远远小于非鲁棒性波束赋形方案。而且，针对所有可能的用户位置误差，所提出的鲁棒性波束赋形方案均可始终保证目标速率。相比之下，采用非鲁棒的优化方案，用户速率会在很大范围内变化。例如，在 $r = 6$ 的情况下，用户速率范围在 0 bits/s/Hz 到 7.2 bits/s/Hz 之间变化，而且还有很高的概率（超过 80%）无法达到目标速率。

图5.3展示了发射功率随目标速率的变化。显然，要达到更高的目标速率，就需要更大的功率。另外，随着位置不确定性（以 Υ 度量）的增加，所需的发射功率也会变大，这样才能使得所有可能的位置误差情况下均可实现目标速率。另外，由于 IRS 的波束赋形增益和孔径增益都随反射元数量的增加而增加，因此发射功率随着反射元数量的增加而显著下降，这表明了 IRS 在降低能耗方面具有显著的效果。

5.6 本章小结

本章针对 IRS 辅助的 MISO 通信系统，考虑了用户位置的不确定性，提出了一种鲁棒性

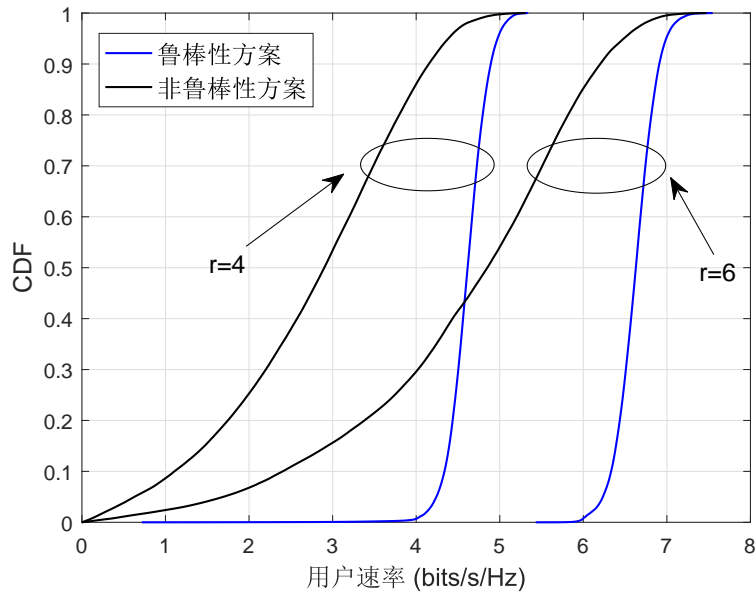


图 5.2 鲁棒性波束赋形方案的性能

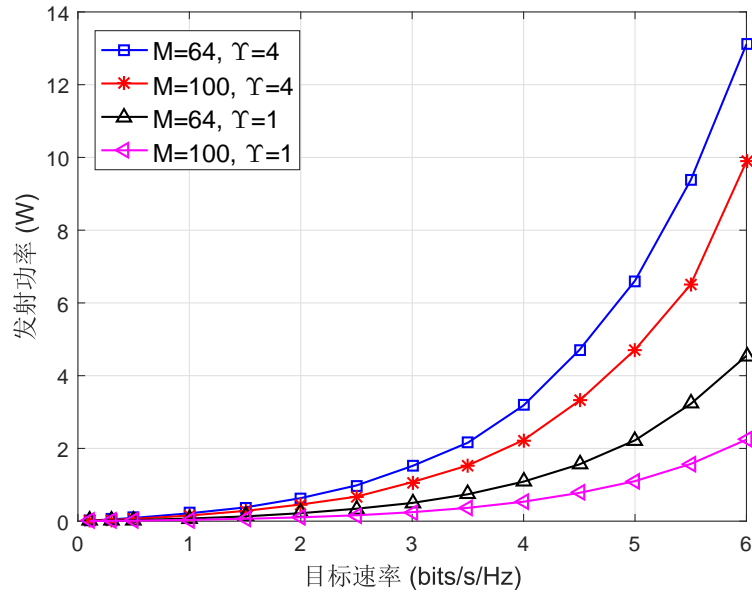


图 5.3 不同设置下的BS发射功率

的波束赋形方案。首先利用泰勒展开和S-Procedure技术处理位置误差的不确定性，然后利用SDR技术将非凸问题转换为一系列凸的SDP子问题，最后可通过一些凸优化工具（例如，CVX）有效地解决。仿真结果表明，所提出的鲁棒性波束赋形算法可以始终满足QoS要求，而不受位置不确定性的影响，而非鲁棒优化算法^[13]满足QoS要求的概率不超过20%。

第六章 基于位置信息的IRS辅助的多用户无线通信系统

6.1 引言

前三章针对IRS辅助的MISO单用户系统，分别基于统计CSI、角度信息以及不完美CSI三种情况进行了系统分析和设计。为了充分发挥IRS的潜力，文献^[13;49;50]提出了IRS辅助的多用户系统，并通过波束设计减轻用户之间的干扰。由于资源竞争和不同用户之间的干扰，IRS辅助的多用户系统的波束设计将会变得更加复杂。文献^[13]针对IRS辅助的多用户系统首次提出了一种基于交替优化的波束设计方法，通过联合优化BS有源波束和IRS无源波束在用户速率约束下最小化BS发射功率。同样考虑IRS辅助的多用户MISO系统，文献^[49]考虑在AP功率受限的情况下最大化系统和速率。首先，采用ZF传输方案简化和速率最大化问题，然后采用交替优化的方法迭代优化BS发射功率和IRS无源波束。结果表明，采用IRS后，系统吞吐量至少提高40%，而无需额外的能量消耗。

然而，上述文献都要求瞬时CSI已知，由于IRS的无源体系结构和大量的反射元，瞬时CSI的获取将导致极大的导频开销。此外，由于BS和IRS之间进行信息交换需要单独的反馈链路，高容量的反馈链路会增加IRS的硬件成本。在多用户的情况下，所需估计的信道参数数量更多，上述两大问题也将变得更加严峻。为了解决上述两个问题，本章提出了一种新颖的基于位置信息的多IRS辅助的多用户系统框架。与需要完整CSI且耗费大量导频开销的传统设计框架相比，所提出的基于位置信息的设计框架主要具有以下三个优点：首先，可以通过GPS轻松地获得位置信息，因此可以极大地减少导频开销；其次，位置信息与瞬时CSI相比变化较慢，因此不需要频繁地更新；此外，由于BS和IRS之间仅需要共享非常少量的位置信息，因此仅需低容量的反馈链路，这进一步降低了IRS的实现成本。

本章首先利用位置信息来估计角度信息，并刻画了估计误差的统计特性。然后利用估计的角度信息，设计了一种低复杂度的波束赋形方案，并获得了BS有源波束和IRS无源波束的闭合表达式。之后，推导出可达速率的闭合表达式，揭示了一些关键系统参数例如定位精度、反射元的数量、天线的数量和莱斯因子等对系统性能的影响。最后，提出了一种最佳功率控制方案，在用户QoS约束下最小化BS发射功率。

本章内容安排如下：6.2节介绍了多IRS辅助的多用户系统的系统模型；6.3节提出了基于位置信息的角度估计方案；根据估计的有效角度，6.4节提出了一种低复杂度的BS有源波束和IRS无源波束设计方案；然后，6.5节对用户可达速率进行了详细的分析；6.6节提出了一种最佳功率控制方案；6.7节提供了数值仿真结果；最后，6.8节对本章进行了总结。

6.2 系统模型

如图6.1所示，本章考虑一个多IRS辅助的多用户系统，其中一个具有 N 根天线的BS与 K 个单天线用户进行通信，每个用户都由一个具有 M 个反射元的IRS进行辅助。BS和IRS均为ULA^[41:86]，BS位于笛卡尔坐标系的原点，BS和IRS的ULA均沿 y 轴方向。BS经由低容量硬件链路与IRS连接，以便互相交换信息（例如，CSI和相移信息等）。此外，假设由于阻塞或不利的传播环境，BS和用户之间不存在直接路径。

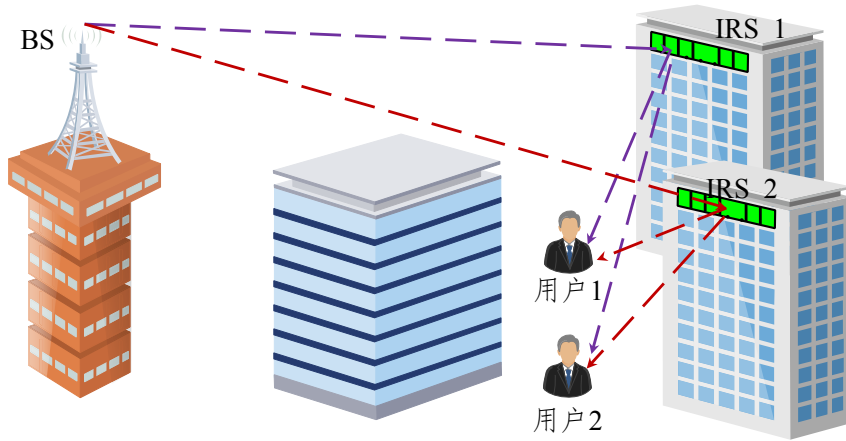


图 6.1 多IRS辅助的多用户系统

为了充分发挥IRS的潜力，通常将IRS部署在和BS和用户之间均有LoS路径的理想位置。因此，采用莱斯衰落对BS到IRS以及IRS到用户的信道进行建模，BS到第 m 个IRS的信道可以表示为

$$\mathbf{G}_{\text{B2I},m} = \sqrt{\frac{\alpha_{\text{B2I},m} v_{\text{B2I},m}}{v_{\text{B2I},m} + 1}} \tilde{\mathbf{G}}_{\text{B2I},m} + \sqrt{\frac{\alpha_{\text{B2I},m}}{v_{\text{B2I},m} + 1}} \tilde{\tilde{\mathbf{G}}}_{\text{B2I},m}, \quad (6.1)$$

其中 $\tilde{\tilde{\mathbf{G}}}_{\text{B2I},m} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 表示NLoS分量，其各元素服从复高斯分布 $\mathcal{CN}(0, 1)$ ， $\alpha_{\text{B2I},m}$ 表示大尺度衰落， $v_{\text{B2I},m}$ 表示莱斯因子，LoS分量 $\tilde{\mathbf{G}}_{\text{B2I},m} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 表示为

$$\tilde{\mathbf{G}}_{\text{B2I},m} = \mathbf{b}(\vartheta_{y\text{-B2Ia},m}) \mathbf{a}^T(\vartheta_{y\text{-B2I},m}), \quad (6.2)$$

其中 $\mathbf{a}(\vartheta_{y\text{-B2I},m}) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 是BS的阵列响应向量，其中有效出发角（即沿着 y 轴方向的相邻天线的相位差）可以表示为 $\vartheta_{y\text{-B2I},m} = -\frac{2\pi d_{\text{BS}}}{\lambda} \cos \theta_{\text{B2I},m} \sin \phi_{\text{B2I},m}$ ，其中 d_{BS} 表示BS相邻天线间的距离， λ 是载波波长， $\theta_{\text{B2I},m}$ 和 $\phi_{\text{B2I},m}$ 分别表示BS到第 m 个IRS的仰角和方位角。类似地， $\mathbf{b}(\vartheta_{y\text{-B2Ia},m}) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示第 m 个IRS的阵列响应向量，其中有效出发角表示为 $\vartheta_{y\text{-B2Ia},m} = \frac{2\pi d_{\text{IRS}}}{\lambda} \cos \theta_{\text{B2Ia},m} \sin \phi_{\text{B2Ia},m}$ ，其中 d_{IRS} 表示相邻反射元之间的距离， $\theta_{\text{B2Ia},m}$ 和 $\phi_{\text{B2Ia},m}$ 分别是第 m 个IRS的仰角和方位角。此外，假设 $d_{\text{BS}} = d_{\text{IRS}} = \frac{\lambda}{2}$ 。

阵列响应向量 $\mathbf{a}(\vartheta)$ 的第 n 个元素和 $\mathbf{b}(\vartheta)$ 的第 l 个元素分别由下面两个式子给出

$$a_n = e^{j\pi(n-1)\vartheta}, n = 1, \dots, N, \quad (6.3)$$

$$b_l = e^{j\pi(l-1)\vartheta}, l = 1, \dots, M. \quad (6.4)$$

类似地，第 m 个IRS到第 k 个用户的信道 $\mathbf{g}_{\text{I2U},mk}^T \in \mathbb{C}^{1 \times M}$ 表示为

$$\mathbf{g}_{\text{I2U},mk}^T = \sqrt{\frac{\alpha_{\text{I2U},mk} v_{\text{I2U},mk}}{v_{\text{I2U},mk} + 1}} \bar{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mk}^T + \sqrt{\frac{\alpha_{\text{I2U},mk}}{v_{\text{I2U},mk} + 1}} \tilde{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mk}^T, \quad (6.5)$$

其中LoS分量 $\bar{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mk}^T \in \mathbb{C}^{1 \times M}$ 可以表示为 $\bar{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mk}^T = \mathbf{b}^T(\vartheta_{y\text{-I2U},mk})$ 。

在下行信号传输阶段，BS发送信号

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^K \mathbf{w}_i s_i, \quad (6.6)$$

其中 $\mathbf{w}_i \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示基站发射波束， s_i 是给第 i 个用户的符号，满足 $\mathbb{E}\{|s_i|^2\} = 1$ 。

第 k 个用户接收到的信号可以表示为

$$y_k = \sum_{m=1}^K \sum_{i=1}^K \mathbf{g}_{\text{I2U},mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{\text{B2I},m} \mathbf{w}_i s_i + n_k, \quad (6.7)$$

其中 $n_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_0^2)$ 表示AWGN，第 m 个IRS的相移矩阵为 $\Theta_m = \text{diag}(\boldsymbol{\xi}_m) \in \mathbb{C}^{M \times M}$ ，其中 $\boldsymbol{\xi}_m = [e^{j\vartheta_{m,1}}, \dots, e^{j\vartheta_{m,n}}, \dots, e^{j\vartheta_{m,M}}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示IRS无源波束。

6.3 基于位置信息的角度信息获取

为了设计有源波束 \mathbf{w}_i 和无源波束 $\boldsymbol{\xi}_m$ ，CSI的获取是必要的。本节将利用GPS提供的用户位置信息来获取LoS路径的角度信息。此外，由于IRS位置固定，因此假设BS拥有完美的IRS位置信息。

假设基站位于原点位置 $(0, 0, 0)$ ，第 m 个IRS的位置为 $(x_{1,m}, y_{1,m}, z_{1,m})$ ，计算从基站到第 m 个IRS的有效AOD

$$\vartheta_{y\text{-B2I},m} = -\frac{y_{1,m}}{d_{\text{B2I},m}}, \quad (6.8)$$

其中 $d_{\text{B2I},m} = \sqrt{x_{\text{I},m}^2 + y_{\text{I},m}^2 + z_{\text{I},m}^2}$ 表示基站到第 m 个 IRS 的距离。

类似地，计算第 m 个 IRS 的有效 AOA

$$\vartheta_{\text{y-B2Ia},m} = \frac{y_{\text{I},m}}{d_{\text{B2I},m}}. \quad (6.9)$$

由于用户的移动性或其他不利条件，GPS 所提供的用户位置信息存在误差。用户 k 的准确位置 $(x_{\text{U},k}, y_{\text{U},k}, z_{\text{U},k})$ 均匀分布在一个半径为 Υ 球心为 $(\hat{x}_{\text{U},k}, \hat{y}_{\text{U},k}, \hat{z}_{\text{U},k})$ 的球体内，其中 $(\hat{x}_{\text{U},k}, \hat{y}_{\text{U},k}, \hat{z}_{\text{U},k})$ 表示 GPS 提供的用户 k 的位置的估计值。

计算第 m 个 IRS 到第 k 个用户的有效 AOD

$$\hat{\vartheta}_{\text{y-I2U},mk} = \frac{y_{\text{I},m} - \hat{y}_{\text{U},k}}{\hat{d}_{\text{I2U},mk}}, \quad (6.10)$$

其中 $\hat{d}_{\text{I2U},mk} = \sqrt{(x_{\text{I},m} - \hat{x}_{\text{U},k})^2 + (y_{\text{I},m} - \hat{y}_{\text{U},k})^2 + (z_{\text{I},m} - \hat{z}_{\text{U},k})^2}$ 表示第 m 个 IRS 到第 k 个用户的距离。

命题 6.1. 第 m 个 IRS 到第 k 个用户的有效 AOD 可以分解为

$$\vartheta_{\text{y-I2U},mk} = \hat{\vartheta}_{\text{y-I2U},mk} + \epsilon_{\text{y-I2U},mk}, \quad (6.11)$$

其中

$$\epsilon_{\text{y-I2U},mk} = \frac{\left(\hat{\vartheta}_{\text{y-I2U},mk}^2 - 1\right) \Delta y_{\text{U},k} + \hat{\vartheta}_{\text{y-I2U},mk} \hat{\vartheta}_{\text{z-I2U},mk} \Delta z_{\text{U},k} + \hat{\vartheta}_{\text{y-I2U},mk} \hat{\vartheta}_{\text{z-I2U},mk} \Delta z_{\text{U},k}}{\hat{d}_{\text{I2U},mk}}, \quad (6.12)$$

其中 $\hat{\vartheta}_{\text{x-I2U},mk} \triangleq \frac{x_{\text{I},m} - \hat{x}_{\text{U},k}}{\hat{d}_{\text{I2U},mk}}$, $\hat{\vartheta}_{\text{z-I2U},mk} \triangleq \frac{z_{\text{I},m} - \hat{z}_{\text{U},k}}{\hat{d}_{\text{I2U},mk}}$, $\Delta x_{\text{U},k} = x_{\text{U},k} - \hat{x}_{\text{U},k}$, $\Delta y_{\text{U},k} = y_{\text{U},k} - \hat{y}_{\text{U},k}$ 和 $\Delta z_{\text{U},k} = z_{\text{U},k} - \hat{z}_{\text{U},k}$ 分别表示沿着 x 、 y 和 z 轴的位置误差。

证明: 利用泰勒展开并经过简单的推导，命题 6.1 即可得证。 \square

定理 6.1. 估计误差 $\epsilon_{\text{y-I2U},mk}$ 的概率密度函数 (Probability Density Function, PDF) 由下式给出

$$f_{\epsilon_{\text{y-I2U},mk}}(x) = -\frac{3\hat{d}_{\text{I2U},mk}^3}{4\Upsilon^3} \Phi_{\text{y-I2U},mk}^{-3} x^2 + \frac{3\hat{d}_{\text{I2U},mk}}{4\Upsilon} \Phi_{\text{y-I2U},mk}^{-1}, \quad |x| \leq \frac{\Upsilon}{\hat{d}_{\text{I2U},mk}} \Phi_{\text{y-I2U},mk}, \quad (6.13)$$

其中

$$\Phi_{\text{y-I2U},mk} \triangleq \sqrt{\left(\hat{\vartheta}_{\text{y-I2U},mk}^2 - 1\right)^2 + \hat{\vartheta}_{\text{y-I2U},mk}^2 \hat{\vartheta}_{\text{z-I2U},mk}^2 + \hat{\vartheta}_{\text{y-I2U},mk}^2 \hat{\vartheta}_{\text{x-I2U},mk}^2}. \quad (6.14)$$

估计误差 $\epsilon_{y-I2U,mk}$ 的均值和方差分别为

$$\mu_{y-I2U,mk} = \mathbb{E} \{ \epsilon_{y-I2U,mk} \} = 0, \quad (6.15)$$

$$\sigma_{y-I2U,mk}^2 = \mathbb{E} \{ \epsilon_{y-I2U,mk}^2 \} = \frac{\Upsilon^2}{5\hat{d}_{I2U,mk}^2} \Phi_{y-I2U,mk}^2. \quad (6.16)$$

证明: 见附录C.1. □

注6.1. 定理6.1表明角度估计的准确性受用户位置不确定性以及IRS到用户距离的影响较大。具体而言, 角度估计误差的方差与 $\frac{\Upsilon^2}{\hat{d}_{I2U,mk}^2}$ 成正比, 这意味着增加IRS和用户之间的距离可以弥补由于用户位置不确定性所带来的不利影响。

6.4 有源波束和无源波束的设计

在获取角度信息之后, BS利用估计的角度来设计有源波束和无源波束。由于有源波束和无源波束的优化是相互耦合的, 由此产生的优化问题是非凸的, 全局最优解通常很难获得。现有文献提出了许多次优算法, 例如交替优化。然而, 由于反射元数量庞大, 这些算法的计算复杂度普遍很高。因此, 本章提出分别在BS处和每个IRS处进行低复杂度的局部优化, 并获得了有源波束和无源波束的闭式解。

具体而言, BS利用BS-IRS链路的角度信息来设计有源波束。假设第 k 个用户由第 k 个IRS进行协助, 那么第 k 个用户的有源波束应该与第 k 个IRS对齐, 即将有源波束设计为

$$\mathbf{w}_k = \sqrt{\frac{\eta_k \rho_d}{N}} \mathbf{a}_{\text{B2I},k}^*, \quad (6.17)$$

其中 $\mathbf{a}_{\text{B2I},k} \triangleq \mathbf{a}(\vartheta_{y-\text{B2I},k}) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, ρ_d 表示基站的发射功率, $0 < \eta_k < 1$ 表示功率分配系数。

利用IRS-用户链路的角度信息设计无源波束。对于第 k 个用户而言, 希望通过优化无源波束 $\boldsymbol{\xi}_k$, 最大化经由第 k 个IRS反射的接收信号功率, 该优化问题建模为

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{\Theta}_k} \quad & |\mathbf{g}_{I2U,kk}^T \boldsymbol{\Theta}_k \mathbf{G}_{\text{B2I},k} \mathbf{w}_k|^2, \\ \text{s. t.} \quad & |[\boldsymbol{\Theta}_k]_{ii}| = 1, i = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (6.18)$$

根据 $\mathbf{E}^T \mathbf{X} \mathbf{F} = \mathbf{x}^T (\mathbf{E} \odot \mathbf{F})$, 其中 $\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{x})$, 可得

$$\mathbf{g}_{I2U,kk}^T \boldsymbol{\Theta}_k \mathbf{G}_{\text{B2I},k} \mathbf{w}_k = \boldsymbol{\xi}_k^T (\mathbf{g}_{I2U,kk} \odot \mathbf{G}_{\text{B2I},k} \mathbf{w}_k) = \boldsymbol{\xi}_k^T (\mathbf{g}_{I2U,kk} \odot \mathbf{b}_{\text{B2I},k}) \mathbf{a}_{\text{B2I},k}^T \mathbf{w}_k, \quad (6.19)$$

其中 $\mathbf{b}_{\text{B2I},k} \triangleq \mathbf{b}(\vartheta_{y\text{-B2Ia},k}) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 。

根据上述等式，将(6.18)中的目标函数变换为

$$|\boldsymbol{\xi}_k^T (\mathbf{g}_{\text{I2U},kk} \odot \mathbf{b}_{\text{B2I},k})|^2 |\mathbf{a}_{\text{B2I},k}^T \mathbf{w}_k|^2. \quad (6.20)$$

注意到 $|\mathbf{a}_{\text{B2I},k}^T \mathbf{w}_k|^2$ 是和 $\boldsymbol{\xi}_k$ 无关的一个常数，可将优化问题等价转化为

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{\xi}_k^T} & \quad |\boldsymbol{\xi}_k^T (\mathbf{g}_{\text{I2U},kk} \odot \mathbf{b}_{\text{B2I},k})|^2, \\ \text{s. t.} & \quad |[\boldsymbol{\xi}_k]_i| = 1, i = 1, \dots, M. \end{aligned} \quad (6.21)$$

很明显，上述优化问题的解为 $\boldsymbol{\xi}_k = (\mathbf{g}_{\text{I2U},kk} \odot \mathbf{b}_{\text{B2I},k})^*$ 。利用估计的角度，将无源波束设计为

$$\boldsymbol{\xi}_k = (\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},kk} \odot \mathbf{b}_{\text{B2I},k})^*, \quad (6.22)$$

其中 $\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mk} = \mathbf{b}(\hat{\vartheta}_{y\text{-I2U},mk}) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 。

6.5 用户可达速率分析

本节将对多IRS辅助的多用户系统的可达速率进行详细的分析。考虑一种更实际的情况，即第 k 个用户没有瞬时CSI的有效信道增益信息，因此可以将 y_k 重新表示为

$$y_k = \underbrace{\mathbb{E}\{\mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_k\}}_{\text{desired signal}} s_k + \underbrace{(\mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_k - \mathbb{E}\{\mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_k\})}_{\text{leakage signal}} s_k + \underbrace{\mathbf{g}_k^T \sum_{i \neq k}^K \mathbf{w}_i s_i}_{\text{inter-user interference}} + \underbrace{n_k}_{\text{noise}}, \quad (6.23)$$

其中第 k 个用户的等效信道定义为

$$\mathbf{g}_k^T = \sum_{m=1}^K \mathbf{g}_{\text{I2U},mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{\text{B2I},m}. \quad (6.24)$$

利用文献^[87]中的结论，第 k 个用户的可达速率可由下式给出

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{A_k}{B_k + \sum_{i \neq k}^K C_{k,i} + \sigma_0^2} \right), \quad (6.25)$$

其中 $A_k \triangleq |\mathbb{E}\{\mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_k\}|^2$ ， $B_k \triangleq \mathbb{E}\{|\mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_k - \mathbb{E}\{\mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_k\}|^2\}$ ， $C_{k,i} \triangleq \mathbb{E}\{|\mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_i|^2\}$ ，分别表示期望信号功率、泄露功率和干扰。

为了方便推导 R_k 的表达式，首先给出下面的引理。

引理6.1. 参数 $\varrho_{I2U,mk,s} \triangleq e^{j\pi(s-1)\epsilon_{y-I2U,mk}}$ 和 $\varrho_{I2U,nk,l}, n \neq m$ 的相关系数为

$$\begin{aligned} \zeta_{y-I2U,mk,nk,sl} &\triangleq \mathbb{E} \left\{ \varrho_{I2U,mk,s} \varrho_{I2U,nk,l}^* \right\}, \\ &= \begin{cases} 1, & s = 1 \text{ 且 } l = 1 \\ \frac{3}{\varpi_{k,mn,sl}^2} \left(\frac{\sin \varpi_{k,mn,sl}}{\varpi_{k,mn,sl}} - \cos \varpi_{k,mn,sl} \right), & \text{否则} \end{cases} \end{aligned} \quad (6.26)$$

其中

$$\varpi_{k,mn,sl} \triangleq \pi \Upsilon \sqrt{a_{k,mn,sl}^2 + b_{k,mn,sl}^2 + c_{k,mn,sl}^2}, \quad (6.27)$$

$$a_{k,mn,sl} \triangleq (s-1) \frac{\hat{\vartheta}_{y-I2U,mk}^2 - 1}{\hat{d}_{I2U,mk}} - (l-1) \frac{\hat{\vartheta}_{y-I2U,nk}^2 - 1}{\hat{d}_{I2U,nk}}, \quad (6.28)$$

$$b_{k,mn,sl} \triangleq (s-1) \frac{\hat{\vartheta}_{y-I2U,mk} \hat{\vartheta}_{z-I2U,mk}}{\hat{d}_{I2U,mk}} - (l-1) \frac{\hat{\vartheta}_{y-I2U,nk} \hat{\vartheta}_{z-I2U,nk}}{\hat{d}_{I2U,nk}}, \quad (6.29)$$

$$c_{k,mn,sl} \triangleq (s-1) \frac{\hat{\vartheta}_{y-I2U,mk} \hat{\vartheta}_{x-I2U,mk}}{\hat{d}_{I2U,mk}} - (l-1) \frac{\hat{\vartheta}_{y-I2U,nk} \hat{\vartheta}_{x-I2U,nk}}{\hat{d}_{I2U,nk}}. \quad (6.30)$$

证明: 采用和定理6.1的证明类似的方法, 得到 $\epsilon_{y-I2U,mk}$ 的PDF。之后, 利用 $\epsilon_{y-I2U,mk}$ 的PDF, 经过简单的推导即可完成引理6.1的证明。 \square

定理6.2. 第 k 个用户的可达速率由下式给出

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{A_k}{B_k + \sum_{i \neq k} C_{k,i} + \sigma_0^2} \right), \quad (6.31)$$

其中 $B_k = C_{k,k} - A_k$,

$$A_k = \frac{\eta_k \rho_d}{N} \left| \sum_{m=1}^K \sum_{s=1}^M \sqrt{\beta_{B2I2U,mk}} \mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,k}^* \zeta_{y-I2U,mk,s} [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,mk}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,mm}]_s^* \right|^2, \quad (6.32)$$

$$C_{k,i} = \frac{\eta_i \rho_d}{N} \sum_{m=1}^K \left(M \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{I2U,mk}} |\mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i}^*|^2 + MN \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m} v_{I2U,mk}} + MN \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}} \right) \quad (6.33)$$

$$+ \frac{\eta_i \rho_d}{N} \sum_{m=1}^K \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \beta_{B2I2U,mk} |\mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i}^*|^2 \zeta_{y-I2U,mk,sl} [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,mk}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,mm}]_s^* [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,mk}]_l^* [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,mm}]_l$$

$$+ \frac{\eta_i \rho_d}{N} \sum_{m=1}^K \sum_{n \neq m}^K \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i}^* \sqrt{\beta_{B2I2U,mk}} \mathbf{a}_{B2I,n}^H \mathbf{a}_{B2I,i} \sqrt{\beta_{B2I2U,nk}}$$

$$\times \zeta_{y-I2U,mk,nk,sl} [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,mk}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,mm}]_s^* [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,nk}]_l^* [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,nn}]_l,$$

其中

$$\beta_{B2I2U,mk} \triangleq \frac{\alpha_{B2I,m} v_{B2I,m} \alpha_{I2U,mk} v_{I2U,mk}}{(v_{B2I,m} + 1)(v_{I2U,mk} + 1)}, \quad (6.34)$$

$$\zeta_{y-I2U,mk,s} = \begin{cases} \frac{3}{\varpi_{y-I2U,mk,s}^2} \left(\frac{\sin \varpi_{y-I2U,mk,s}}{\varpi_{y-I2U,mk,s}} - \cos \varpi_{y-I2U,mk,s} \right) & s \neq 1 \\ 1 & s = 1 \end{cases}, \quad (6.35)$$

$$\zeta_{y-I2U,mk,sl} = \begin{cases} \frac{3}{\varpi_{y-I2U,mk,sl}^2} \left(\frac{\sin \varpi_{y-I2U,mk,sl}}{\varpi_{y-I2U,mk,sl}} - \cos \varpi_{y-I2U,mk,sl} \right) & s \neq l \\ 1 & s = l \end{cases}, \quad (6.36)$$

其中 $\varpi_{y-I2U,mk,s} \triangleq \frac{\pi(s-1)\Phi_{y-I2U,mk}\Upsilon}{\hat{d}_{I2U,mk}}$, $\varpi_{y-I2U,mk,sl} \triangleq \frac{\pi(s-l)\Phi_{y-I2U,mk}\Upsilon}{\hat{d}_{I2U,mk}}$ 。

证明: 见附录C.2。 □

定理6.2提供了一个闭合形式的可达速率表达式, 量化了关键参数例如天线数量、用户数量、反射元数量、莱斯因子和用户位置不确定性等对系统性能的影响。由于较小的莱斯因子意味着NLoS路径会带来更多的干扰, 因此 R_k 是关于莱斯因子的递增函数。而且, 由于用户间干扰的增加, 增加用户数量会降低用户可达速率。另外, 随着用户位置不确定性 Υ 的不断增加, $\zeta_{y-I2U,mk,s} \rightarrow 0$, 因此 R_k 逐渐趋于零, 这表明用户位置不确定性的增加将显著降低用户的可达速率。此外, 可以看到干扰项 $C_{k,i}$ 随着 $\mathbf{a}_{B2I,i}$ 和 $\mathbf{a}_{B2I,m}$, $m \neq i$ 相关性的增加而增加, 这表明IRS应该部署在相对于BS的不同方向上以减少来自多个IRS的干扰。理想情况下, 期望 $\mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i}^* \rightarrow 0$, $m \neq i$ 。

接下来, 将考虑一些特殊情况, 推导出更加简单直观的可达速率表达式。

6.5.1 理想的IRS部署方向

命题6.2. 为了减少来自多个IRS的干扰, 理想情况下任何两个IRS的方向(相对于BS)都应满足 $|\vartheta_{B2I,m} - \vartheta_{B2I,i}| = \frac{2n}{N}$, $i \neq m$, $n \in \{1, \dots, N-1\}$ 。

证明: 令 $\mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i}^* = 0$, $m \neq i$, 注意到

$$\mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i} = \frac{\sin \frac{N\pi(\vartheta_{B2I,m} - \vartheta_{B2I,i})}{2}}{\sin \frac{\pi(\vartheta_{B2I,m} - \vartheta_{B2I,i})}{2}} e^{j\pi(N-1)\frac{\vartheta_{B2I,m} - \vartheta_{B2I,i}}{2}}, \quad (6.37)$$

再经过简单的数学推演, 命题6.2即可得证。 □

命题6.2表明可以通过合理部署IRS来消除IRS之间的干扰。

推论6.1. 当IRS部署在理想的方向（相对于BS），即满足 $\mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i} \rightarrow 0, m \neq i$ ，可达速率进一步简化为

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{A_k}{B_k + \sum_{i \neq k}^K C_{k,i} + \sigma_0^2} \right), \quad (6.38)$$

其中

$$A_k = N\eta_k \rho_d \beta_{B2I2U,kk} \left| \sum_{s=1}^M \zeta_{y-I2U,kk,s} \right|^2, \quad (6.39)$$

$$C_{k,i} = NM\eta_i \rho_d \frac{\beta_{B2I2U,ik}}{v_{I2U,ik}} + M\eta_i \rho_d \sum_{m=1}^K \left(\frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m} v_{I2U,mk}} + \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}} \right) \quad (6.40)$$

$$+ N\eta_i \rho_d \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \beta_{B2I2U,ik} \zeta_{y-I2U,ik,sl} [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,ik}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,ii}]_s^* [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,ik}]_l [\hat{\mathbf{g}}_{I2U,ii}]_l, \quad (6.41)$$

$$B_k = NM\eta_k \rho_d \frac{\beta_{B2I2U,kk}}{v_{I2U,kk}} + M\eta_k \rho_d \sum_{m=1}^K \left(\frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m} v_{I2U,mk}} + \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}} \right) \quad (6.41)$$

$$+ N\eta_k \rho_d \beta_{B2I2U,kk} \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M (\zeta_{y-I2U,kk,sl} - \zeta_{y-I2U,kk,s} \zeta_{y-I2U,kk,l}^*).$$

证明: 根据定理6.2，并经过简单的数学推演，推论6.1即可得证。□

从推论6.1，可以看到期望信号 A_k 与 $\beta_{B2I2U,kk}$ 成正比，这表明用户应该由离其最近的IRS协助。此外，可以看出， $C_{k,i}$ 随 $\beta_{B2I2U,ki}, i \neq k$ 成比例地增加，这意味着随着IRS $i, i \neq k$ 和第 k 个用户距离的增加，来自该IRS的干扰将逐渐地减小。根据以上两个观察现象，可以得出IRS的部署应彼此远离的结论。此外，可以看到期望的信号功率与BS天线的数量成正比，表明了BS采用多天线所带来的性能增益。

6.5.2 完美的用户位置信息

推论6.2. 当拥有完美的用户位置信息时，即 $\Upsilon \rightarrow 0$ ，可达速率可简化为

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{A_k}{B_k + \sum_{i \neq k}^K C_{k,i} + \sigma_0^2} \right), \quad (6.42)$$

其中

$$A_k = NM^2\eta_k\rho_d\beta_{B2I2U,kk}, \quad (6.43)$$

$$C_{k,i} = NM\eta_i\rho_d\frac{\beta_{B2I2U,ik}}{v_{I2U,ik}} + M\eta_i\rho_d\sum_{m=1}^K\left(\frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}v_{I2U,mk}} + \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}}\right) \\ + N\eta_i\rho_d\beta_{B2I2U,ik}\left|\frac{\sin\frac{M\pi(\hat{\vartheta}_{I2U,ik}-\hat{\vartheta}_{I2U,ii})}{2}}{\sin\frac{\pi(\hat{\vartheta}_{I2U,ik}-\hat{\vartheta}_{I2U,ii})}{2}}\right|^2, \quad (6.44)$$

$$B_k = NM\eta_k\rho_d\frac{\beta_{B2I2U,kk}}{v_{I2U,kk}} + M\eta_k\rho_d\sum_{m=1}^K\left(\frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}v_{I2U,mk}} + \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}}\right). \quad (6.45)$$

证明: 首先考虑下列极限

$$\lim_{\varpi\rightarrow 0}\zeta = \lim_{\varpi\rightarrow 0}\frac{3}{\varpi^2}\left(\frac{\sin\varpi}{\varpi} - \cos\varpi\right). \quad (6.46)$$

利用 $\sin\varpi$ 和 $\cos\varpi$ 在 $\varpi=0$ 处的泰勒展开, 可得

$$\lim_{\varpi\rightarrow 0}\sin\varpi = \varpi - \frac{1}{6}\varpi^3, \quad (6.47)$$

$$\lim_{\varpi\rightarrow 0}\cos\varpi = 1 - \frac{1}{2}\varpi^2. \quad (6.48)$$

根据上述泰勒展开的结果, 将(6.46)变换为

$$\lim_{\varpi\rightarrow 0}\zeta = \lim_{\varpi\rightarrow 0}\frac{3}{\varpi^2}\left\{\frac{\varpi - \frac{1}{6}\varpi^3}{\varpi} - \left(1 - \frac{1}{2}\varpi^2\right)\right\} = 1. \quad (6.49)$$

随着 $\Upsilon \rightarrow \infty$, $\varpi_{y-I2U,mk,s} \rightarrow 0$, $\varpi_{y-I2U,mk,sl} \rightarrow 0$ 以及 $\varpi_{k,mn,sl} \rightarrow 0$ 。

根据(6.49)可得 $\zeta_{y-I2U,mk,s} \rightarrow 1$, $\zeta_{y-I2U,mk,sl} \rightarrow 1$ 以及 $\zeta_{y-I2U,mk,nk,sl} \rightarrow 1$ 。

最后, 简化推论6.1中给出的可达速率, 推论6.2即可得证。□

推论6.2显示, 随着 Υ 趋于零, 可达速率由于角度估计误差的消失而收敛到一个极限。此外, 期望信号功率与 NM^2 成正比。 N 倍的增益是通过有源波束赋形来实现, 而 M^2 倍的增益则是由于IRS不仅在IRS-用户链路中实现了无源波束赋形的增益, 而且还通过在BS-IRS链路中收集更多信号功率而获得了固有的孔径增益。

为了获得更多直观的信息, 接下来研究一些渐近情况。

6.5.2.1 具有大量反射元的情况

推论6.3. 当反射元数目很大时, 即 $M \rightarrow \infty$, 可达速率简化为

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{NM\eta_k\beta_{B2I2U,kk}}{N \sum_{i=1}^K \eta_i \frac{\beta_{B2I2U,ik}}{v_{I2U,ik}} + \sum_{m=1}^K \left(\frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}v_{I2U,mk}} + \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}} \right)} \right). \quad (6.50)$$

证明: 从推论6.2开始并忽略一些和 M 无关的小量, 最后经过简单的数学推演即可完成推论6.3的证明。□

从推论6.3中可以看出, 可达速率主要由反射元的数量、天线数量、莱斯因子和功率分配系数所决定。例如, SINR与反射元数量成正比, 这表明了部署大量反射元在提高用户可达速率方面的优势。然而实际应用中, 为了控制IRS的部署成本, 反射元数量不能无限大, 而且由于可达速率随反射元数量成对数增长, 因此在反射元数量已经很大的情况下, 再增加反射元数量并不能带来非常显著的速率增益。因此, 应谨慎选择IRS反射元的数量, 以在部署成本和可达速率之间取得良好的平衡。此外, 可达速率是关于BS天线数量的增函数。

6.5.2.2 具有大量BS天线的情况

推论6.4. 当基站天线数量很多时, 即 $N \rightarrow \infty$, 可达速率简化为

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{M^2\eta_k\beta_{B2I2U,kk}}{M \sum_{i=1}^K \eta_i \frac{\beta_{B2I2U,ik}}{v_{I2U,ik}} + \sum_{i \neq k}^K \eta_i \beta_{B2I2U,ik} \left| \frac{\sin \frac{M\pi(\hat{\vartheta}_{I2U,ik} - \hat{\vartheta}_{I2U,ii})}{2}}{\sin \frac{\pi(\hat{\vartheta}_{I2U,ik} - \hat{\vartheta}_{I2U,ii})}{2}} \right|^2} \right). \quad (6.51)$$

证明: 从推论6.2开始并忽略一些跟 N 无关的小量, 最后经过简单的数学推演即可完成推论6.4的证明。□

推论6.4表明, 随着天线数量的增加, 可达速率变得与天线数量无关, 并逐渐收敛到一个极限, 该极限主要由反射元的数量以及IRS-用户的信道的莱斯因子所决定。具体而言, 可达速率随反射元数量的增加而增加, 并且是关于IRS-用户信道的莱斯因子的增函数。此外, BS-IRS的NLoS路径所引起的干扰随着 N 的增加而逐渐消失, 这表明增加天线数量可以减轻BS-IRS的NLoS路径所带来的不利影响。

6.5.2.3 无NLoS 路径的情况

推论6.5. 在无NLoS路径的情况下, 即 $v_{I2U,mk} \rightarrow \infty$ 和 $v_{B2I,m} \rightarrow \infty$, 可达速率简化为

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{M^2 N \eta_k \beta_{B2I2U,kk}}{N \sum_{i \neq k}^K \eta_i \beta_{B2I2U,ik} \left| \frac{\sin \frac{M\pi(\hat{\vartheta}_{I2U,ik} - \hat{\vartheta}_{I2U,ii})}{2}}{\sin \frac{\pi(\hat{\vartheta}_{I2U,ik} - \hat{\vartheta}_{I2U,ii})}{2}} \right|^2 + \sigma_0^2} \right). \quad (6.52)$$

证明: 从推论6.2开始, 忽略一些随着 $v_{I2U,mk}$ 或者 $v_{B2I,m}$ 趋于零而趋于零的小量, 最后经过简单的数学推演, 即可完成推论6.5的证明。□

推论6.5表明, 在没有NLoS路径的情况下, SINR主要由反射元的数量和天线数量决定。具体而言, SINR与 M^2 近似成正比。

6.5.2.4 IRS部署方向（相对于用户）的影响

命题6.3. 如果用户 $i \neq k$ 和用户 k 位于几乎相同的方向（相对于IRS i ）, 即 $\hat{\vartheta}_{I2U,ik} - \hat{\vartheta}_{I2U,ii} \rightarrow 0$, 那么IRS i 将会对用户 k 产生严重的干扰, 干扰强度和 M^2 成正比。

证明: 随着 $\hat{\vartheta}_{I2U,ik} - \hat{\vartheta}_{I2U,ii} \rightarrow 0$, $C_{k,i}$ 中的第二项可以近似为 $NM^2 \eta_i \rho_d \beta_{B2I2U,ik}$, 该项与 M^2 成正比。□

6.6 功率控制

为了提高系统的能效并改善用户间干扰, 本节提出了一种低复杂度的功率控制算法, 在满足最小用户速率的约束下最小化发射功率。

具体而言, 将优化问题建模为

$$\begin{aligned} & \min_{\{\mathbf{p}\}} \rho_d, \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^K p_k = \rho_d, \quad R_k \geq \bar{R}_k, \quad p_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, K, \end{aligned} \quad (6.53)$$

其中 $\mathbf{p} \triangleq [p_1, \dots, p_k, \dots, p_K]^T$, $p_k \triangleq \eta_k \rho_d$, \bar{R}_k 是第 k 个用户要求的最小速率。

将等式约束代入目标函数, 上述优化问题可以转化为

$$\begin{aligned} & \min_{\{\mathbf{p}\}} \sum_{k=1}^K p_k, \\ & \text{s.t.} \quad R_k \geq \bar{R}_k, \quad k = 1, \dots, K, \quad p_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, K. \end{aligned} \quad (6.54)$$

根据定理6.2中所推导的可达速率表达式，上述优化问题变换为

$$\begin{aligned} \min_{\{\mathbf{p}\}} \quad & \sum_{k=1}^K p_k, \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i \neq k} (2^{\bar{R}_k} - 1) \bar{c}_{k,i} p_i + \{(2^{\bar{R}_k} - 1) \bar{b}_k - \bar{a}_k\} p_k + (2^{\bar{R}_k} - 1) \sigma_0^2 \leq 0, k = 1, \dots, K, \\ & p_k \geq 0, k = 1, \dots, K, \end{aligned} \quad (6.55)$$

其中 $\bar{b}_k \triangleq \bar{c}_{k,k} - \bar{a}_k$,

$$\bar{a}_k \triangleq \frac{1}{N} \left| \sum_{m=1}^K \sum_{s=1}^M \sqrt{\beta_{\text{B2I2U},mk}} \mathbf{a}_{\text{B2I},m}^T \mathbf{a}_{\text{B2I},k}^* \zeta_{y\text{-I2U},mk,s} [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mk}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mm}]_s^* \right|^2, \quad (6.56)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_{k,i} \triangleq & \frac{1}{N} \sum_{m=1}^K \left(M \frac{\beta_{\text{B2I2U},mk}}{v_{\text{I2U},mk}} |\mathbf{a}_{\text{B2I},m}^T \mathbf{a}_{\text{B2I},i}^*|^2 + MN \frac{\beta_{\text{B2I2U},mk}}{v_{\text{B2I},m} v_{\text{I2U},mk}} + MN \frac{\beta_{\text{B2I2U},mk}}{v_{\text{B2I},m}} \right) \\ & + \frac{1}{N} \sum_{m=1}^K \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \beta_{\text{B2I2U},mk} |\mathbf{a}_{\text{B2I},m}^T \mathbf{a}_{\text{B2I},i}^*|^2 \zeta_{y\text{-I2U},mk,sl} [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mk}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mm}]_s^* [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mk}]_l [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mm}]_l \\ & + \frac{1}{N} \sum_{m=1}^K \sum_{n \neq m}^K \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \mathbf{a}_{\text{B2I},m}^T \mathbf{a}_{\text{B2I},i}^* \sqrt{\beta_{\text{B2I2U},mk}} \mathbf{a}_{\text{B2I},n}^H \mathbf{a}_{\text{B2I},i} \sqrt{\beta_{\text{B2I2U},nk}} \\ & \times \zeta_{y\text{-I2U},mk,nk,sl} [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mk}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},mm}]_s^* [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},nk}]_l [\hat{\mathbf{g}}_{\text{I2U},nn}]_l. \end{aligned} \quad (6.57)$$

上述优化问题可以表示为以下更为简洁的向量形式

$$\begin{aligned} \min_{\{\mathbf{p}\}} \quad & \mathbf{1}_K^T \mathbf{p}, \\ \text{s.t.} \quad & \bar{\mathbf{d}}_k^T \mathbf{p} + (2^{\bar{R}_k} - 1) \sigma_0^2 \leq 0, k = 1, \dots, K, \quad \mathbf{p} \geq \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (6.58)$$

其中 $\mathbf{1}_K \triangleq [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$, $\bar{\mathbf{d}}_k \triangleq [\bar{d}_{k,1}, \dots, \bar{d}_{k,i}, \dots, \bar{d}_{k,K}]^T$, $\bar{d}_{k,i} \triangleq (2^{\bar{R}_k} - 1) \bar{c}_{k,i}$, $i \neq k$, $\bar{d}_{k,k} \triangleq (2^{\bar{R}_k} - 1) \bar{b}_k - \bar{a}_k$ 。

原始的优化问题转化为了标准的线性规划问题，可以借助优化工具（例如CVX）有效解决。值得注意的是，如果要求的用户速率超过某个阈值，则功率控制问题将变得不可行。此外，由于干扰的增加，该阈值随着用户位置不确定性（由 Υ 度量）的增加而减小。

注6.2. 与需要瞬时CSI的传统功率控制算法不同，所提出的功率控制算法仅需统计CSI（位置信息和大尺度衰落系数），避免了获取瞬时CSI所需的高导频开销。

6.7 仿真结果

本节将提供仿真结果以分析位置信息辅助的多IRS系统的性能，并验证所提出的波束赋形方案以及功率控制方案的性能。系统带宽设置为180kHz，噪声频谱功率

密度-169dBm/Hz。对于BS-IRS信道，大尺度衰落系数建模为 $\alpha_{\text{B2I},m} = C_0 \left(\frac{d_{\text{B2I},m}}{D_0}\right)^{-\kappa_{\text{B2I}}}$ ，其中 $d_{\text{B2I},m}$ 表示BS到第 m 个IRS的距离， C_0 是参考距离为 $D_0 = 1\text{m}$ 的路径损耗， κ_{B2I} 表示路径损耗指数。同样，对于IRS-用户信道，大尺度衰落系数建模为 $\alpha_{\text{I2U},mk} = C_0 \left(\frac{d_{\text{I2U},mk}}{D_0}\right)^{-\kappa_{\text{I2U}}}$ 。除非另有说明，否则采用如下参数设置： $C_0 = -30\text{dB}$ ， $\kappa_{\text{B2I}} = \kappa_{\text{I2U}} = 2.5$ ， $\rho_d = 30\text{dBm}$ ， $v_{\text{I2U}} = v_{\text{B2I}} = v = 5$ ， $N = 5$ ， $K = 4$ 以及 $M = 16$ ，BS位置 $(0, 0, 0)$ ，4个IRS的位置

$$(240, 178, -20), (333, 68, -20), (362, -75, -20), (319, -241, -20), \quad (6.59)$$

以及4个用户的位置

$$(224, 168, -40), (314, 64, -40), (343, -71, -40), (303, -229, -40). \quad (6.60)$$

图6.2展示了不同用户位置误差和不同莱斯因子情况下的系统和速率，其中分析曲线是根据定理6.2所产生。可以看到数值结果与分析结果完全吻合，从而验证了解析表达式的正确性。由于用户间干扰和泄漏功率的共同作用，和速率在高SNR时达到饱和。而且，随着用户位置不确定性的增加，和速率显著降低。例如， $\rho_d = 40\text{dBm}$ ， $\Upsilon = 0.5$ 和 $v_{\text{B2I}} = v_{\text{I2U}} = 5$ 时，和速率约为16 bits/s/Hz，但随着 Υ 增加到2，和速率降低至5.5 bits/s/Hz。另外，由于NLoS路径所引起的干扰的减少，和速率随莱斯因子的增加而增加。

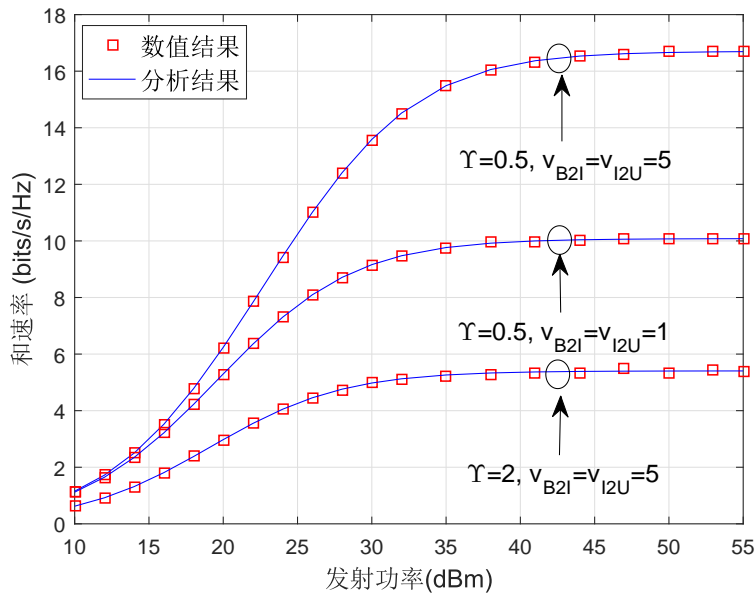


图 6.2 不同设置下的系统和速率

图6.3展示了IRS部署方向对和速率的影响，其中 $\Upsilon = 1\text{m}$ 。对于非正交IRS方向的情况，4个IRS的位置分别为： $(278, 113, -20)$ ， $(338, 41, -20)$ ， $(367, -45, -20)$ 和 $(370, -151, -20)$ 。对于正交IRS方向的情况，4个IRS的位置由(6.59)给出。具有正交IRS方向（即 $\mathbf{a}_{\text{B2I},m}^T \mathbf{a}_{\text{B2I},i}^* =$

$0, m \neq i$) 的分析结果曲线是根据推论6.2所产生, 而具有非正交IRS方向的分析结果曲线是根据定理6.2所产生。可以看到, 具有正交IRS方向的分析结果与它们的数值结果非常吻合, 从而验证了推论6.2中的分析结果。此外, 正如命题6.2中所预期的一样, 由于IRS间干扰的减少, 正交IRS方向情况下的和速率远远高于非正交IRS方向情况下的和速率。

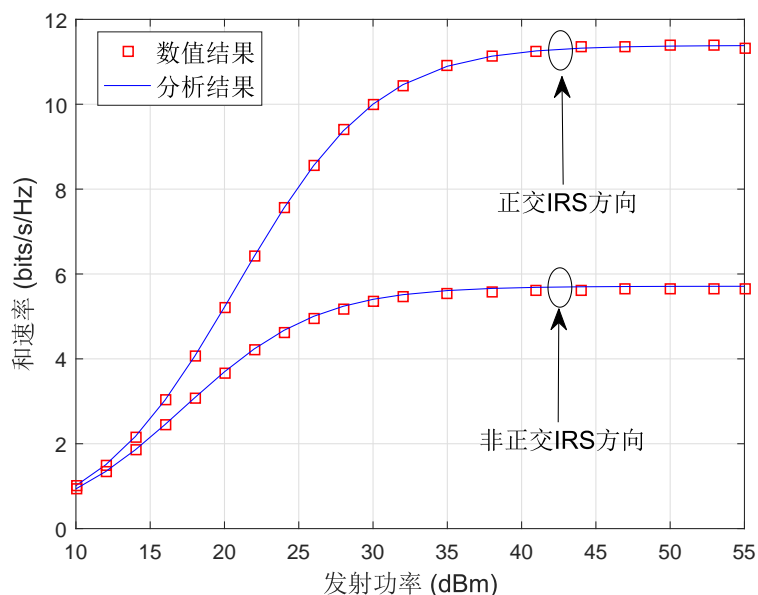


图 6.3 IRS部署方向对和速率的影响

图6.4展示了用户位置固定时IRS位置对和速率的影响。可以看到和速率不是关于BS到IRS距离的单调函数。当将IRS部署在BS和用户中间时, 和速率最差, 而将IRS移向BS或用户则可以改善系统和速率, 这表明应该将IRS部署在BS或用户附近。

图6.5展示了反射元数量对和速率的影响, 其中近似结果是根据推论6.3所产生。可以看到近似结果与数值结果非常吻合, 从而验证了推论6.3的正确性。此外, 正如推论6.3所预期的那样, 和速率随着反射元数量的增加呈现出对数增长的趋势。而且, 由于BS波束增益的增加, 增加天线数量可以有效改善系统和速率。

图6.6展示了天线数量对和速率的影响, 其中 $\rho_d = 40\text{dBm}$, “极限”曲线是根据推论6.4所产生。正如所预期的一样, 和速率随着天线数量的增加而逐渐收敛到一个极限, 该极限主要由反射元数量以及IRS-用户信道的莱斯因子所决定。和速率极限随着反射元数量的增加而增加。而且由于NLoS路径所造成的干扰的减小, 增加莱斯因子可以进一步提升系统和速率。

图6.7展示了莱斯因子对和速率的影响, 其中“极限”曲线是根据推论6.5所生成。可以看出, 和速率随着莱斯因子的增加而逐渐收敛到一个极限, 该极限主要由反射元数量

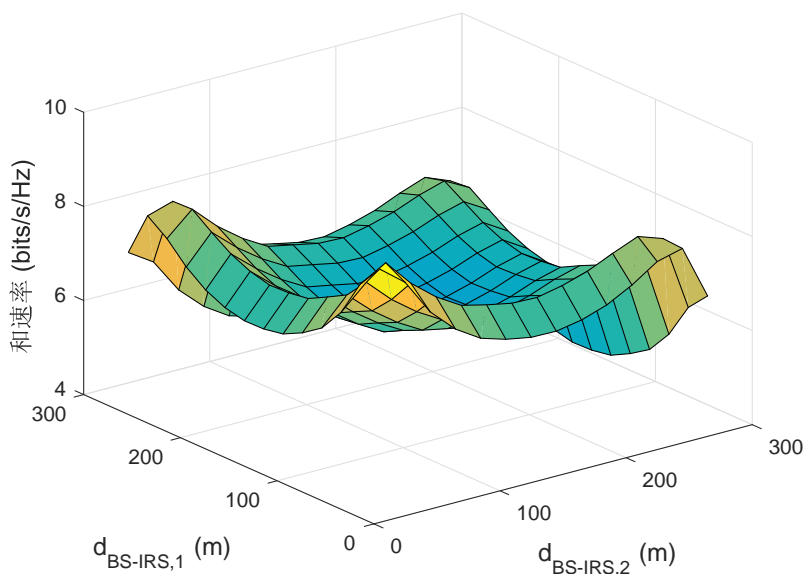


图 6.4 IRS部署位置对和速率的影响

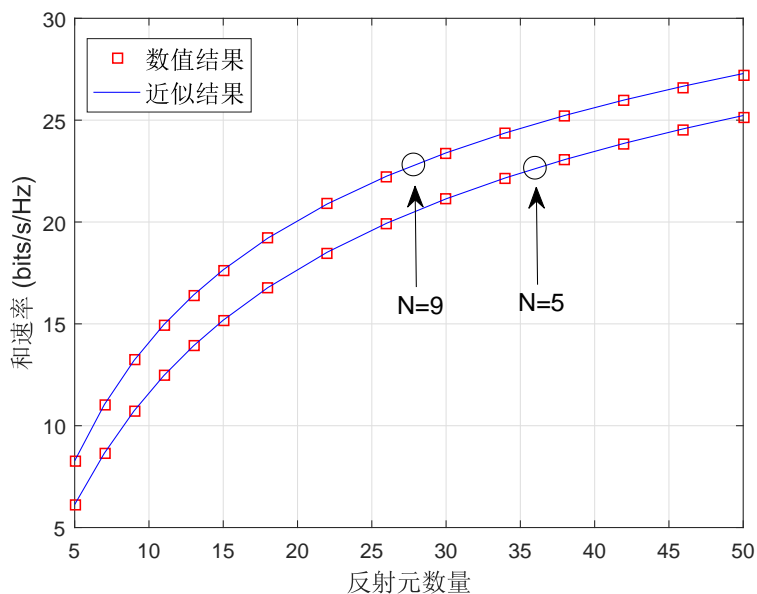


图 6.5 反射元数量对和速率的影响

决定。而且正如推论6.5中所预期的那样，增加反射元数量可以显著提高系统和速率。例如，当莱斯因子比较大时，随着反射元数量从4增加到8，和速率从大约5 bits/s/Hz增加到大约11bits/s/Hz。

图6.8展示了所提出的波束赋形方案的性能，其中采用了6.6节中所提出的最佳功率控制方案，并且假设所有用户的期望速率相同即 $\bar{R}_k = \bar{R}, k = 1, \dots, K$ 。作为比较，将文献^[13]中的联合优化算法作为基准，并将多个IRS视为一个大型的分布式IRS。可以看出，

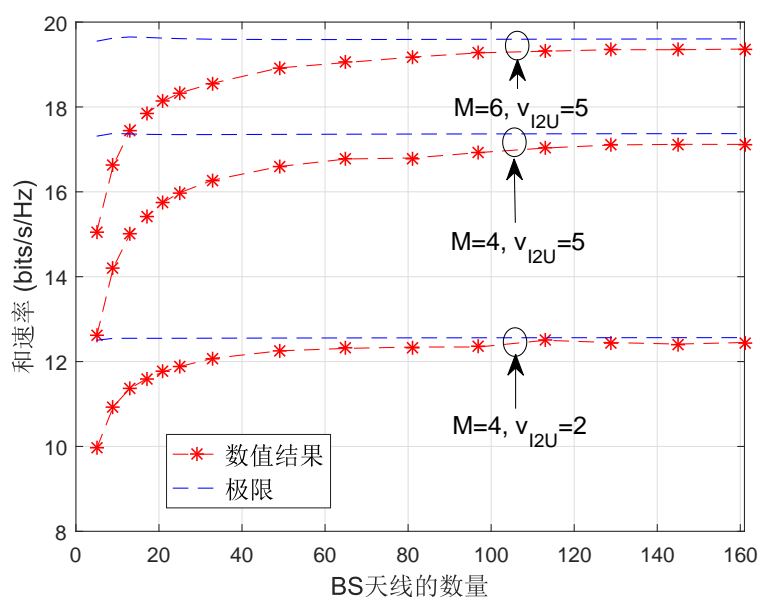


图 6.6 天线数量对和速率的影响

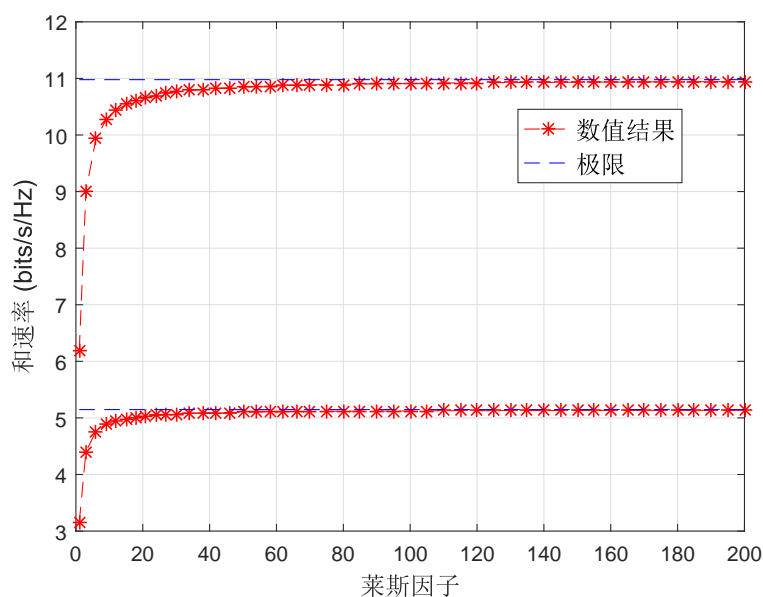


图 6.7 莱斯因子对和速率的影响

当期望速率不是很高时，所提出的方案明显优于基准方案。在速率限制较小的情况下，所需的发射功率不高，因此系统很可能受到噪声限制。在噪声受限的情况下，基于最大比合并（Maximum Ratio Combining, MRC）的方案接近最佳。然后，与最佳功率控制算法相结合，最终将获得较优的性能。但是，随着速率限制变得越来越严格，所需的发射功率也会增加，并且系统会受到干扰的限制，因此所提出的MRC方案的性能由于严重的干扰而逐渐恶化，并且劣于基准方案。另外，如果期望速率大于某个阈值，则优化问题可能变得不

可行。原因是所设计的波束形成方案在设计时并未考虑干扰抑制，只能通过功率控制和合理部署IRS位置来部分解决，即在不同方向上部署多个IRS，增加不同IRS之间的距离，并为每个用户分配距离其最近的IRS。相比之下，基准方案采用理想的CSI并采用联合优化方法，该方法通过迭代解决两个SDP子问题来优化有源波束和无源波束。因此，基准方案可以更好地处理用户间干扰。

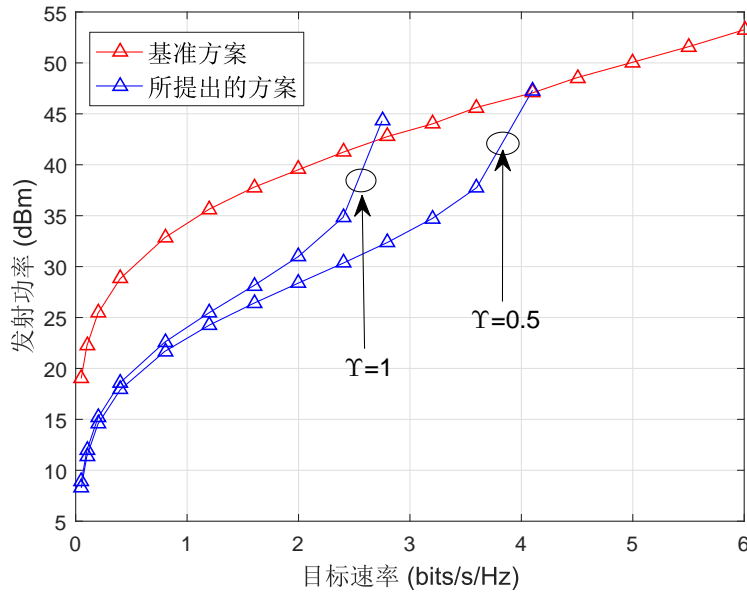


图 6.8 波束赋形方案的性能

6.8 本章小结

本章提出了一种基于位置信息的多IRS辅助的多用户系统。利用不完美的用户位置信息，估计出信道的有效角度，并刻画了角度估计误差的统计特征。然后，利用估计的角度，设计了低复杂度的有源波束和IRS无源波束。并推导出闭合形式的可达速率表达式，量化了部署大量BS天线或反射元的好处。分析结果表明，IRS辅助的级联链路可获得数量级为 NM^2 的功率增益。在具有大量反射元的情况下，用户的SINR与 M 成正比，而在没有NLoS路径的情况下，用户的SINR与 M^2 成正比。此外，随着用户位置不确定性的增加，可达速率将显著降低。另外，分析结果表明，应将IRS部署在彼此远离的不同的方向，以减少来自多个IRS的干扰。最后，基于所提出的波束赋形方案，设计了一种最佳功率控制方案，在最小用户速率约束下最小化BS发射功率。

第七章 有限相移精度的IRS辅助的多播系统

7.1 引言

上一章针对IRS辅助的多用户广播系统，研究了位置信息辅助的信道估计和波束设计方案，有效降低了信道估计的导频开销和波束设计的复杂度。本章将继续研究另一种多用户系统，即IRS辅助的多播系统，并且考虑更为实际的IRS相移模型。此前大部分文献都是假设IRS采用的是高精度的相移器，相位连续可调，并通过理论分析证明了采用具有大量反射元的IRS所带来的巨大性能增益，然而该性能增益是以IRS硬件成本和能耗的增加为代价的。为了克服上述问题，一个潜在的解决方案是采用有限精度的相移器。例如，文献^[61;62]考虑IRS相位的精度有限，针对IRS协助的单用户MISO系统，提出了有源和无源波束的联合设计方案以最小化AP发射功率，并对优化的连续相位值进行量化投影以获得可行的离散相移。分析结果表明，具有离散相移的IRS可以实现与连续相移IRS相同的功率定律，而且量化误差导致的性能损失仅取决于IRS的相位量化水平，而与反射元的数量无关。数值结果表明，2至3比特的离散相移足以实现近似最佳的性能。

然而上述文献中IRS的波束赋形设计依赖于完美CSI，而完美CSI的获取将会带来极大的导频开销。为了解决这个问题，本章针对有限相移精度的IRS辅助的多播系统，提出了一种新颖的信道估计和波束赋形方案，在信道估计的同时也完成了IRS离散相移的设计，并且具有导频开销小，计算复杂度低的优点。具体而言，首先通过IRS无源波束训练完成IRS离散相移设计。接着在固定IRS相移的情况下估计等效信道，并利用等效信道设计BS有源波束。之后推导出用户可达速率的闭合表达式，在此基础上针对较大的导频功率、大量的RF链路、大量的反射元等场景，设计了最佳功率分配系数，并推导出相应的多播速率的闭合表达式，分析关键参数（例如，IRS相移精度、反射元数目、用户数目等）对多播速率的影响。

本章内容安排如下：7.2节介绍了IRS辅助的多播系统；7.3节提出了一种包含无源波束训练和等效信道估计两个阶段的信道估计方案；7.4节推导出用户的可达速率；7.5节设计了最佳功率控制系数，并对多播速率进行了详细的分析；7.6节通过数值仿真验证了本章理

论推导的正确性，并揭示了一些关键参数对系统性能的影响；最后，7.7节对本章进行了总结。

7.2 系统模型

考虑如图7.1中所示的单小区多播系统，其中BS与 K 个单天线用户进行多播通信。基站安装有IRS辅助发射机，该IRS辅助发射机采用部分连接的架构，通过将每个定向喇叭天线的波束对准相应的子IRS来实现，每个子IRS包含 $L = \frac{N}{N_{\text{RF}}}$ 个反射元，不同子IRS的反射元不重叠，其中 N_{RF} 是RF链路（天线）的数量， N 是反射元的数量。

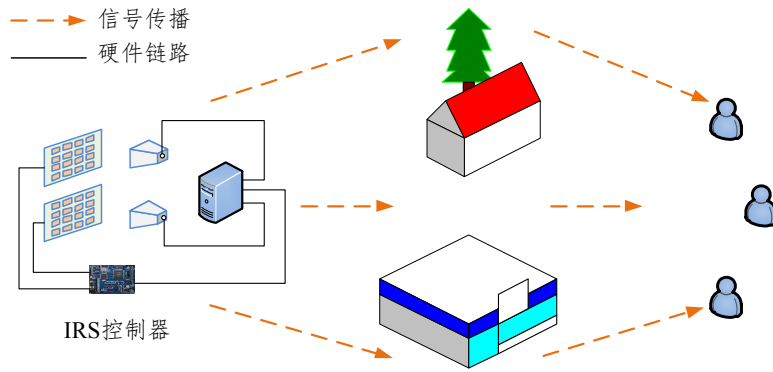


图 7.1 基于IRS辅助发射机的多播系统

第 i 个子IRS由对应于第 i 个RF链路的 L 个反射元所组成。在上行传输期间，反射元将所有接收到的信号组合在一起，然后将组合后的信号重新反射到第 i 个RF链路，而在下行传输期间，反射元将来自第 i 个RF链路的信号组合在一起并以相同的反射系数反射出去。

由于IRS和BS距离非常近，因此可以将它们之间的信道建模为一个LoS信道。具体而言，第 i 个天线（RF链路）到第 i 个子IRS的信道由下式给出： $\mathbf{g}_{\text{B2P},i}^T = \alpha_{\text{B2P}} \mathbf{a}_i^T$ ，其中 $\alpha_{\text{B2P}} = G \frac{A_e}{4\pi d_{\text{B2P}}^2}$ 表示路径损耗系数， G 表示天线增益， A_e 表示反射元垂直于信号传播方向的有效面积， d_{B2P} 表示BS到IRS的距离， \mathbf{a}_i^T 是第 i 个子IRS的阵列响应向量，向量元素的幅度均为1。

令 $\mathbf{c} = \beta[e^{j\theta_1}, \dots, e^{j\theta_n}, \dots, e^{j\theta_N}]^T$ 表示IRS无源波束，其中 $\theta_n \in [0, 2\pi)$ 和 $\gamma \in [0, 1]$ 分别表示相移和幅度系数。幅度系数由 $\beta = \gamma \alpha_{\text{B2P}}$ 给出，其中 γ 表示IRS的能量反射效率，阵列响应向量 \mathbf{a}_i 的影响也包含在 \mathbf{c} 的相位中。

实际上，反射元的相移是由数模转换器（Digital-to-Analog Converter, DAC）控制。由于DAC分辨率有限，所以反射元的相移精度有限。令 \mathcal{Q} 表示 θ_n 所有可能值的集合，其基数为 M_{ph} 。类似地，令 \mathcal{C} 表示所有可能的相移波束的集合，其基数为 $M = M_{\text{ph}}^N$ 。

假设块衰落信道，即信道在每个相干时隙内保持不变，并且在不同相干时隙之间独立地变化。每个相干时隙可以分为两个传输阶段，即信道估计和多播传输。

7.3 信道估计

所提出的信道估计方案包含两个阶段。第一个阶段执行IRS波束训练以获取最佳无源波束。第二个阶段估计BS到用户的等效信道。

7.3.1 波束训练

由于无源波束集合的基数随反射元的数量成指数式增加，因此采用传统穷举搜索法复杂度过高。为解决这个问题，本章提出了一种新颖的波束训练算法。

具体而言，在波束训练阶段，所有 K 个用户同时向BS发送未调制的单频信号。令 $x_k = \sqrt{p_k}s$ 表示用户 k 发射的信号，其中 p_k 是发射功率， s 是单位功率的单频信号。

对任意 k ，假设 $\mathbb{E}\{\|\sqrt{p_k}\mathbf{g}_k\|^2\} = \varepsilon_r$ ，其中 ε_r 表示平均接收功率， $\mathbf{g}_k = \sqrt{\alpha_k}\mathbf{h}_k$ 表示IRS和第 k 个用户之间的信道，其中 α_k 表示大尺度衰落， \mathbf{h}_k 表示小尺度衰落，其元素是服从 $\mathcal{CN}(0, 1)$ 的相互独立的随机变量。此外，假设 α_k 为已知的先验常数，将 $\mathbb{E}\{\|\sqrt{p_k}\mathbf{g}_k\|^2\}$ 化简后得到 $N\alpha_k p_k = \varepsilon_r$ 。

所提出的波束训练方案采用二分法策略，即在每个阶段，从无源波束集合中删除几乎一半的无源波束。例如，在第 i 个阶段，BS从当前无源波束集合 \mathcal{C}_i 中选择一对相关性最弱的波束 $\mathbf{c}_{(i,j)}, j = 1, 2$ 。这样的话，基站接收的信号可以表示为

$$\mathbf{r}_{(i,j)} = \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_{(i,j)} \mathbf{g}_k x_k + \mathbf{n}_{(i,j)}, j = 1, 2, \quad (7.1)$$

其中 $\mathbf{C}_{(i,j)} \in \mathbb{C}^{N_{\text{RF}} \times N}$ 是一个块对角矩阵

$$\mathbf{C}_{(i,j)} = \text{diag}\{\mathbf{c}_{(i,j),1}^T, \dots, \mathbf{c}_{(i,j),n}^T, \dots, \mathbf{c}_{(i,j),N_{\text{RF}}}^T\}, \quad (7.2)$$

其中 $\mathbf{c}_{(i,j),n}^T$ 是第 n 个子IRS的无源波束向量

$$\mathbf{c}_{(i,j),n}^T \triangleq [c_{(i,j),n}^1, \dots, c_{(i,j),n}^k, \dots, c_{(i,j),n}^L]^T \in \mathbb{C}^{L \times 1}. \quad (7.3)$$

下一步是比较基站接收功率 $\|\mathbf{r}_{(i,1)}\|^2$ 和 $\|\mathbf{r}_{(i,2)}\|^2$ 。首先计算

$$j^* = \arg \max_{j=1,2} \|\mathbf{r}_{(i,j)}\|^2, \quad (7.4)$$

$$j^{-*} = \arg \min_{j=1,2} \|\mathbf{r}_{(i,j)}\|^2. \quad (7.5)$$

直观来讲，最佳波束很可能与 $\mathbf{c}_{(i,j^*)}$ 有更强的相关性。根据这一点，就可以通过除去与 $\mathbf{c}_{(i,j^*)}$ 相关性弱的无源波束，将训练波束的数量减半。具体而言，如果一个无源波束 $\mathbf{c} \in \mathcal{C}_i$ 满足

$$\mathbf{c}_{(i,j^*)}^H \mathbf{c} \leq \mathbf{c}_{(i,j^*)}^H \mathbf{c}, \quad (7.6)$$

那么将该波束从当前集合中除去。而剩余的波束则组成了一个新的无源波束集合 \mathcal{C}_{i+1} 。一直重复上述过程，直到 \mathcal{C}_{i+1} 中仅剩一个波束。算法5总结了该方法的具体实现过程。

注7.1. 由于所提出的波束训练方法采用二分法的策略，复杂度为 $O(\log_2(M_{ph}^N))$ ，而穷举的波束搜索方法复杂度则高达 $O(M_{ph}^N)$ 。

命题7.1. 当 M_{ph} 和 ε_r 都足够大时，通过算法5获得的理想无源波束可以近似为

$$\mathbf{c}_{opt} = [c_{opt,1}^1, \dots, c_{opt,1}^L, \dots, c_{opt,N_{RF}}^1, \dots, c_{opt,N_{RF}}^L]^T, \quad (7.7)$$

其中 $c_{opt,n}^l = \beta \frac{h_{sum,n}^l}{|h_{sum,n}^l|}$ ， $h_{sum,n}^l = \sum_{k=1}^K h_{k,n}^l$ ， $h_{k,n}^l$ 表示第 k 个用户和第 n 个子IRS中的第 l 个反射元之间的小尺度衰落系数。

证明: 为了符号简便，省略公式(7.1)中的下标 (i, j) 后得到

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \sum_{k=1}^K \mathbf{C} \mathbf{g}_k x_k + \mathbf{n} = \sum_{k=1}^K \sqrt{\alpha_k p_k} \mathbf{C} \mathbf{h}_k s + \mathbf{n} \\ &\stackrel{(a)}{=} \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{N}} \sum_{k=1}^K \mathbf{C} \mathbf{h}_k s + \mathbf{n} \\ &\stackrel{(b)}{\approx} \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{N}} \sum_{k=1}^K \mathbf{C} \mathbf{h}_k s, \end{aligned} \quad (7.8)$$

其中(a)是根据 $N \alpha_k p_k = \varepsilon_r$ 得到，(b)成立的原因是 $\frac{\varepsilon_r}{N}$ 足够大。

优化的目标是找到最优的无源波束 \mathbf{c} 以最大化 $\|\mathbf{r}\|$ ，因此该优化问题可以等价表示为

$$\max_{\{\mathbf{c} \in \mathcal{C}\}} \|\mathbf{r}\|^2. \quad (7.9)$$

利用公式(7.2)和(7.8)，可以将 $\|\mathbf{r}\|^2$ 转化为

$$\|\mathbf{r}\|^2 = \frac{\varepsilon_r}{N} \left\| \sum_{k=1}^K \mathbf{C} \mathbf{h}_k \right\|^2 = \frac{\varepsilon_r}{N} \sum_{n=1}^{N_{RF}} \left| \mathbf{c}_n^T \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,n} \right|^2, \quad (7.10)$$

算法 5 波束训练算法

Initialization: 阶段编号 $i = 0$, 第一个阶段的训练波束集合 $\mathcal{C}_1 = \mathcal{C}$ 。

repeat

设置 $i = i + 1$ 。

计算 $(\mathbf{c}_{(i,1)}, \mathbf{c}_{(i,2)}) = \arg \min_{(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2), \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \in \mathcal{C}_i} \mathbf{v}_1^H \mathbf{v}_2$ 。

基站分别采用 $\mathbf{c}_{(i,1)}$ 和 $\mathbf{c}_{(i,2)}$ 进行波束训练, 之后比较接收信号功率 $\|\mathbf{r}_{(i,j)}\|^2, j = 1, 2$ 。

计算 $j^* = \arg \max_{j=1,2} \|\mathbf{r}_{(i,j)}\|^2$ 和 $j^{-*} = \arg \min_{j=1,2} \|\mathbf{r}_{(i,j)}\|^2$ 。

更新训练波束集合 $\mathcal{C}_{i+1} = \{\mathbf{c} \mid \mathbf{c}_{(i,j^*)}^H \mathbf{c} < \mathbf{c}_{(i,j^{-*})}^H \mathbf{c}, \mathbf{c} \in \mathcal{C}_i\}$ 。

until $|\mathcal{C}_i| = 1$

Output: $\mathbf{c}_{(i,j^*)}$

其中 $\mathbf{h}_{k,n}$ 表示第 k 个用户和第 n 个子IRS之间的信道。

根据上述等式, 优化问题(7.9)可以表示为

$$\max_{\{\mathbf{c} \in \mathcal{C}\}} \sum_{n=1}^{N_{\text{RF}}} \left| \mathbf{c}_n^T \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,n} \right|^2. \quad (7.11)$$

由于相移精度即 M_{ph} 足够大, 可以将 \mathbf{c} 中的元素松弛为具有连续相位和固定幅度的复数, 因此优化问题变换为

$$\max_{\mathbf{c}} \sum_{n=1}^{N_{\text{RF}}} \left| \mathbf{c}_n^T \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,n} \right|^2, \quad (7.12)$$

$$\text{s.t. } |c_n^l| = \beta. \quad (7.13)$$

定义 $h_{\text{sum},n}^l \triangleq \sum_{k=1}^K h_{k,n}^l$, 显然 c_n^l 的相位应该等于 $h_{\text{sum},n}^l$ 的相位, 至此完成了命题7.1的证明。□

7.3.2 等效信道估计

令 $\bar{\mathbf{h}}_k \triangleq \mathbf{C} \mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{N_{\text{RF}} \times 1}$, 并定义BS和第 k 个用户之间的等效信道为 $\bar{\mathbf{g}}_k = \sqrt{\alpha_k} \bar{\mathbf{h}}_k \in \mathbb{C}^{N_{\text{RF}} \times 1}$, 其中 \mathbf{C} 是在波束训练阶段中获得的最佳相移矩阵。

接下来通过上行导频训练估计等效信道。在导频训练期间, 所有 K 个用户同时向基站发送正交导频序列。令 τ_c 表示相干时隙的长度 (以符号为单位), τ_p 表示每个相干时隙的上行导频训练持续的时间 (以符号为单位) 并且满足 $\tau_p < \tau_c$ 。令 $\sqrt{\tau_p} \boldsymbol{\varphi}_k \in \mathbb{C}^{\tau_p \times 1}$ 表示第 k 个用户的导频序列, 其中 $\|\boldsymbol{\varphi}_k\|^2 = 1$ 。为了确保导频序列的正交性, 即 $\boldsymbol{\varphi}_i^H \boldsymbol{\varphi}_j = 0, i \neq j$, 需满足 $\tau_p \geq K$, 因此假设 $\tau_p = K$ 。

基站接收的 $N_{\text{RF}} \times \tau_p$ 的导频矩阵可以表示为

$$\mathbf{Y}_p = \sqrt{\tau_p \rho_p} \sum_{k=1}^K \bar{\mathbf{g}}_k \boldsymbol{\varphi}_k^H + \mathbf{W}_p, \quad (7.14)$$

其中 ρ_p 表示每个导频符号的归一化SNR， $\mathbf{W}_p \in \mathbb{C}^{N \times \tau_p}$ 表示AWGN矩阵，其元素是服从 $\mathcal{CN}(0, 1)$ 分布的相互独立的随机变量。

为了估计 $\bar{\mathbf{g}}_k$ ，将 \mathbf{Y}_p 乘以 $\boldsymbol{\varphi}_k$ 得到

$$\mathbf{y}_{p,k} = \mathbf{Y}_p \boldsymbol{\varphi}_k = \sqrt{\tau_p \rho_p} \bar{\mathbf{g}}_k + \mathbf{n}_{p,k}, \quad (7.15)$$

其中 $\mathbf{n}_{p,k} = \mathbf{W}_p \boldsymbol{\varphi}_k$ 。

之后基站采用最小均方误差（Minimum Mean Square Error, MMSE）的方法来估计等效信道，因此等效信道 $\bar{\mathbf{g}}_k$ 可以分解为

$$\bar{\mathbf{g}}_k = \hat{\mathbf{g}}_k + \mathbf{e}_k, \quad (7.16)$$

其中 $\hat{\mathbf{g}}_k$ 是 $\bar{\mathbf{g}}_k$ 的估计值， \mathbf{e}_k 是估计误差。

为了获得估计的等效信道的分布，首先给出一个与等效信道的分布相关的重要命题。

命题7.2. 当IRS的反射元足够多时， $\bar{\mathbf{h}}_k = \mathbf{C} \mathbf{h}_k$ 中的元素可以近似为独立同分布的高斯随机变量，其概率密度分布为 $\mathcal{CN}(u, \delta^2)$ ，其中

$$u = \frac{L\beta}{2} \sqrt{\frac{\pi}{K} \frac{M_{ph}}{\pi}} \sin\left(\frac{\pi}{M_{ph}}\right), \quad (7.17)$$

$$\delta^2 = L\beta^2 \left\{ 1 - \frac{\pi}{4K} \left(\frac{M_{ph}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{M_{ph}}\right) \right)^2 \right\}. \quad (7.18)$$

证明: 见附录D.1。 □

注7.2. 从命题7.2中，可以看到与没有IRS的情况相比，IRS的部署可以有效地增强等效信道。具体而言，没有部署IRS时信道的强度为 α_k ，而当部署了IRS时信道强度为 $\alpha_k(u^2 + \delta^2)$ ，这表明部署IRS可以获得 $\mathcal{O}(L^2)$ 的渐进增益。这个增益来自于两个方面，其一，IRS通过无源波束设计获得了 L 倍的波束赋形增益，其二，IRS通过收集更多的信号能量获得了 L 倍的固有孔径增益。

根据命题7.2和MMSE的性质可知， \mathbf{e}_k 和 $\hat{\mathbf{g}}_k$ 服从复高斯分布，并且相互独立。

命题7.3. $\hat{\mathbf{g}}_k$ 和 \mathbf{e}_k 中的元素分别服从 $\mathcal{CN}(u_{p,k}, \delta_{p,k}^2)$ 和 $\mathcal{CN}(0, \delta_{e,k}^2)$ 的复高斯分布，其中

$$u_{p,k} = \sqrt{\alpha_k} u, \quad (7.19)$$

$$\delta_{p,k}^2 = \frac{\tau_p \rho_p \alpha_k^2 \delta^4}{1 + \tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2}, \quad (7.20)$$

$$\delta_{e,k}^2 = \frac{\alpha_k \delta^2}{1 + \tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2}. \quad (7.21)$$

证明: 见附录D.2. □

7.4 可达速率分析

在多播传输阶段，BS利用估计的等效CSI对信号进行预编码。为了使得信号处理简单，BS采用匹配滤波器（Matched Filter, MF）即 $\mathbf{W} = \hat{\mathbf{G}}^*$ ，用户的接收信号为

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \bar{\mathbf{G}}^T \mathbf{W} \sqrt{\mathbf{P}} \mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (7.22)$$

其中 $\bar{\mathbf{G}} = [\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_k, \dots, \mathbf{g}_K]$ ， ρ 表示归一化的发射功率（通过噪声功率归一化）， $\mathbf{P} = \text{diag}\left\{\frac{\eta_1}{E\{\|\mathbf{w}_1\|^2\}}, \dots, \frac{\eta_i}{E\{\|\mathbf{w}_i\|^2\}}, \dots, \frac{\eta_K}{E\{\|\mathbf{w}_K\|^2\}}\right\}$ 表示功率控制矩阵， η_k 表示对应于第 k 个用户的功率分配系数， $\mathbf{s} = [s, \dots, s, \dots, s]^T$ 表示传输的数据符号向量，并满足 $\mathbb{E}\{|s|^2\} = 1$ ， $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_K)$ 表示AWGN。

注意到 $\bar{\mathbf{G}} = \hat{\mathbf{G}} + \mathbf{E}$ ，以上等式可进一步表示为

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \hat{\mathbf{G}}^T \hat{\mathbf{G}}^* \sqrt{\mathbf{P}} \mathbf{s} + \sqrt{\rho} \mathbf{E}^T \hat{\mathbf{G}}^* \sqrt{\mathbf{P}} \mathbf{s} + \mathbf{n}. \quad (7.23)$$

第 k 个用户的接收信号由下式给出

$$\begin{aligned} y_k &= \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{G}}^* \sqrt{\mathbf{P}} \mathbf{s} + \mathbf{e}_k^T \hat{\mathbf{G}}^* \sqrt{\mathbf{P}} \mathbf{s} + n_k \\ &\stackrel{(a)}{=} \sqrt{\rho} \left(\hat{\mathbf{g}}_k^T + \mathbf{e}_k^T \right) \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* s + n_k, \end{aligned} \quad (7.24)$$

其中(a)遵循以下事实 $\mathbb{E}\{\|\mathbf{w}_i\|^2\} = u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2$ 。

考虑一个实际的场景，即第 k 个用户无法获取有效信道增益的瞬时CSI，期望信号 s 的检测基于统计CSI，那么 y_k 可以表示为

$$y_k = \underbrace{\sqrt{\rho} \mathbb{E} \left\{ \left(\hat{\mathbf{g}}_k^T + \mathbf{e}_k^T \right) \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right\}}_{\text{desired signal}} s + \underbrace{n_k}_{\text{effective noise}}, \quad (7.25)$$

其中

$$n_k^{\text{eff}} = \underbrace{n_k}_{\text{noise}} + \sqrt{\rho} \left(\hat{\mathbf{g}}_k^T + \mathbf{e}_k^T \right) \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* s - \sqrt{\rho} \mathbb{E} \left\{ \left(\hat{\mathbf{g}}_k^T + \mathbf{e}_k^T \right) \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right\} s. \quad (7.26)$$

利用文献^[87]中的结论可以将第 k 个用户的速率表示为

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{|A_k|^2}{B_k + 1} \right), \quad (7.27)$$

其中

$$A_k \triangleq \sqrt{\rho} \mathbb{E} \left\{ \left(\hat{\mathbf{g}}_k^T + \mathbf{e}_k^T \right) \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right\}, \quad (7.28)$$

$$B_k \triangleq \rho \mathbb{E} \left\{ \left| \left(\hat{\mathbf{g}}_k^T + \mathbf{e}_k^T \right) \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right|^2 \right\} - |A_k|^2, \quad (7.29)$$

分别表示期望信号的功率和泄露功率。

定理7.1. 第 k 个用户的可达速率由下式给出

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{\rho N_{RF}^2 \left\{ \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} u_{p,k} u_{p,i} + \sqrt{\frac{\eta_k}{u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2}} \delta_{p,k}^2 \right\}^2}{1 + \alpha_k \rho \delta^2 N_{RF} \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i u_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \right)^2 + \alpha_k \rho (u^2 + \delta^2) N_{RF} \sum_{i=1}^K \frac{\eta_i \delta_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \right). \quad (7.30)$$

证明: 见附录D.3. □

定理7.1提供了可达速率的闭合表达式, 揭示了关键系统参数例如相移精度、反射元数量、RF链路数量、用户数量以及不完美信道估计等对用户可达速率的影响。例如, R_k 是关于 N_{RF} 的一个递增函数。此外, 可以看出期望信号的功率随着信道估计误差的增大而减小, 因此可以通过增加导频功率的方式来提高信道估计的准确度。

推导出单个用户的可达速率后, 即可获得多播速率

$$R = \min_{k=1,2,\dots,K} R_k. \quad (7.31)$$

7.5 功率分配

建立以下功率分配问题以最大化多播速率

$$\begin{aligned} & \max_{\{\eta_k\}} \min_{k=1, \dots, K} R_k, \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{k=1}^K \eta_k = 1 \\ & \eta_k \geq 0, k = 1, \dots, K. \end{aligned} \quad (7.32)$$

上述优化问题是非凸问题，因此难以解决。为了降低解决该问题的复杂度，本章考虑多播速率的一些渐近形式，基于此可以得出上述优化问题的简单闭式解。

7.5.1 高导频功率的情况

我们考虑导频信号功率最够大的场景，并得出以下重要结论。

定理7.2. 当 $\rho_p \rightarrow \infty$ ，最佳功率分配系数为

$$\eta_k = \frac{1}{K}, k = 1, \dots, K, \quad (7.33)$$

并且相应的多播速率由下式给出

$$R = \log_2 \left(1 + \frac{K N_{RF} L^3 \tilde{u}_0^4}{K L^2 \tilde{u}_0^2 (1 - \tilde{u}_0^2) + (L \tilde{u}_0^2 + 1 - \tilde{u}_0^2) \left(\frac{1}{\beta^2 N_{RF} \rho \alpha} + 1 - \tilde{u}_0^2 \right)} \right),$$

其中 $\alpha \triangleq \min_{k=1, \dots, K} \alpha_k$ ， $\tilde{u}_0 \triangleq \frac{u_0}{\beta} = \sqrt{\frac{\pi}{4K} \frac{M_{ph}}{\pi}} \sin \left(\frac{\pi}{M_{ph}} \right)$ 。

证明: 见附录D.4。 □

定理7.2表明，在较大导频功率的情况下，多播速率是关于 L 的递增函数，增加反射元的数量可以增强等效信道。而且，由于较大的反射系数振幅意味着较少的功率损耗，因此可达速率随着反射系数振幅的增加而增加。另外，多播速率是关于 K 的一个递减函数。这是因为用户越少，波束对于每个用户的定向性越强。此外，多播速率主要由最弱用户所决定，但是可以通过增加反射元或RF链路的数量来抵消最弱用户的这种负面影响。

7.5.2 大量RF链路的情况

定理7.3. 当 L 固定而 $N_{RF} \rightarrow \infty$ ，最佳功率控制系数为

$$\eta_k = \frac{\alpha_k (u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2)}{\phi \delta_{p,k}^4}, k = 1, \dots, K, \quad (7.34)$$

其中

$$\phi = \sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k (u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2)}{\delta_{p,k}^4}. \quad (7.35)$$

相应的多播速率为

$$R = \log_2 \left(1 + \frac{N_{RF} \left\{ \frac{u^2}{\delta^2} \sum_{k=1}^K \frac{1 + \tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2}{\tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2} + 1 \right\}^2}{\frac{u^2}{\delta^2} \left(\sum_{k=1}^K \frac{1 + \tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2}{\tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2} \right)^2 + \left(\frac{u^2}{\delta^2} + 1 \right) \sum_{k=1}^K \frac{1 + \tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2}{\tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2}} \right).$$

证明: 见附录D.5. □

定理7.3表明, 当RF链路数量较大时, 噪声的影响消失, 并且多播速率由所有用户的信道状况共同决定。此外, SINR与 N_{RF} 成正比, 这表明增加RF链路的数量可以显著提高多播速率。而且, 由于信道估计误差的减小, 增加导频功率也可以提高多播速率。

命题7.4. 功率控制系数 η_k 是关于 α_k 的递减函数, 这表明应该将更多的功率分配给信道状况较差的用户。

证明: 利用命题7.3给出的结果, 可以将最佳功率控制系数表示为

$$\eta_k = \frac{u^2 + \tilde{\delta}_{p,k}^2}{\phi \tilde{\delta}_{p,k}^4}, \quad (7.36)$$

其中

$$\tilde{\delta}_{p,k}^2 \triangleq \frac{\tau_p \rho_p \alpha_k \delta^4}{1 + \tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2}. \quad (7.37)$$

令 $\tilde{\eta}_k \triangleq \phi \tilde{\eta}_k$, 因为 $\frac{\partial \tilde{\eta}_k}{\partial \tilde{\delta}_{p,k}} < 0$ 以及 $\frac{\partial \tilde{\delta}_{p,k}}{\partial \alpha_k} > 0$, 所以

$$\frac{\partial \tilde{\eta}_k}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial \tilde{\eta}_k}{\partial \tilde{\delta}_{p,k}} \frac{\partial \tilde{\delta}_{p,k}}{\partial \alpha_k} < 0, \quad (7.38)$$

这表明 $\tilde{\eta}_k$ 是关于 α_k 的递减函数。

最后, 注意到 $\eta_k = 1 / (1 + \frac{1}{\tilde{\eta}_k} \sum_{i \neq k} \tilde{\eta}_i)$ 随着 $\tilde{\eta}_k$ 的增加而增加, 即可完成命题7.4的证明。□

7.5.3 大量反射元的情况

定理7.4. 当 N_{RF} 固定而 $L \rightarrow \infty$, 最优功率控制系数为

$$\eta_k = \frac{1}{K}, k = 1, \dots, K, \quad (7.39)$$

相应的多播速率为

$$R = \log_2 \left\{ 1 + \frac{\pi N_{RF} L \left(\frac{M_{ph}}{\pi} \sin \frac{\pi}{M_{ph}} \right)^2}{\left\{ 4 - \frac{\pi}{K} \left(\frac{M_{ph}}{\pi} \sin \frac{\pi}{M_{ph}} \right)^2 \right\} (K + 1)} \right\}. \quad (7.40)$$

证明: 见附录D.6. □

定理7.4表明, 当 L 比较大时, 噪声和等效信道估计误差的影响消失, 原因是大量的反射元可以显著增强等效信道。另外, 随着反射元数量的增加, 反射系数幅度的影响逐渐消失, 这表明增加反射元的数量可以补偿由IRS反射所引起的功率损耗。此外, SINR与 $N = N_{RF}L$ 成正比, 这意味着增加反射元的数量可以显著提高多播速率。

7.5.3.1 相移精度的影响

命题7.5. 当 L 较大时, 多播速率是关于相移数量 M_{ph} 的递增函数。此外, 当相移数量足够大时, 多播速率可由下式给出

$$R = \log_2 \left\{ 1 + \frac{\pi N_{RF} L K}{(4K - \pi) \{K + 1\}} \right\}. \quad (7.41)$$

证明: 根据定理7.4, 可以看到 $\frac{M_{ph}}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{M_{ph}} \right)$ 和 R 分别是关于 M_{ph} 和 $\frac{M_{ph}}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{M_{ph}} \right)$ 的增函数。因此, 多播速率 R 随着 M_{ph} 的增加而增加。最后, 注意到 $\lim_{M_{ph} \rightarrow \infty} \frac{M_{ph}}{\pi} \sin \frac{\pi}{M_{ph}} = 1$, 即可完成命题7.5的证明。 □

命题7.5表明多播速率 R 随着相移精度的增加而增加, 这是因为相移精度越高, 所获得的波束越准确。此外, 随着相移精度变得足够大, 多播速率变得与相移精度无关, 并逐渐收敛到一个极限, 这表明使用高精度相移的增益逐渐减小。

7.5.3.2 用户数量的影响

命题7.6. 在具有大量反射元的情况下, 多播速率是关于用户数量的递减函数。此外, 在有大量用户的情况下, 多播速率由下式给出

$$R = \log_2 \left\{ 1 + \frac{\pi N_{RF} L \left(\frac{M_{ph}}{\pi} \sin \frac{\pi}{M_{ph}} \right)^2}{4K} \right\}. \quad (7.42)$$

证明: 利用定理7.4, 即可完成命题7.6的证明。 □

从命题7.6可以看出，对于大量用户，SINR与用户数量成反比，这意味着增加用户数量会严重降低多播速率，但采用大量的反射元可以弥补由此产生的速率损失。

7.5.3.3 增加 N_{RF} 还是增加 L ?

尽管可以通过增加 N_{RF} 或增加 L 来获得更高的速率，但是最好增加反射元的数量而不是RF链路的数量，因为前者的功耗和硬件成本远低于后者。此外，使用大量反射元，可以有效地补偿噪声、估计误差以及反射系数的负面影响，而使用大量RF链路时，只能缓解噪声的影响。

7.6 仿真结果

本节将提供数值仿真结果以分析IRS辅助的多播系统的性能，并验证所提出的信道估计方案的性能。假定所考虑的系统在 $f_c = 4.25$ GHz的频率下工作，带宽为180 kHz，相干时间为 $\sqrt{\frac{9}{16\pi f_m^2}}$ ，最大多普勒频移为 $f_m = 1$ Hz。噪声频谱功率密度为-169 dBm/Hz。发射机到用户的信道建模为瑞利衰落。大尺度衰落系数建模为 $\alpha = L_d^{-\lambda}$ ，其中 $\lambda = 3$ 表示路径损耗指数， L_d 表示传输距离。每个喇叭天线的增益为20 dBi。基站和IRS的距离为1m，IRS包含 N_{RF} 个子表面，每个子表面由 L 个反射元组成，其大小为 $12 \times 12\text{mm}^2$ ，IRS的影响反映在无源波束 \mathbf{c} 中。除非另有说明，否则采用算法5中给出的最佳无源波束。另外，假设 K 个用户均匀地分布在半径为 $R = 200\text{m}$ 的圆盘中。仿真中的分析结果根据文中推导结果所产生，而数值结果是通过蒙特卡洛仿真所产生。

图7.2展示了所提出的波束训练方案的性能，其中 $L = 4$ ， $N_{\text{RF}} = 1$ ， $K = 4$ ， $\beta = 0.01$ ，归一化等效信道强度（由理想等效信道强度归一化）定义为 $\frac{E\{\|\mathbf{CH}\|^2\}}{E\{\|\mathbf{C}_{\text{opt}}\mathbf{H}\|^2\}}$ ，其中 \mathbf{C}_{opt} 是由命题7.1给出的理想相移矩阵。作为对比，还展示了穷举方案和随机选择方案的性能。同预期的一样，所提出的波束训练方案明显优于随机选择方案。而且所提出的波束训练方案取得了和穷举方案相近的性能。

图7.3展示了不同参数设置下的多播速率，其中 $L = 8$ ， $K = 8$ ， $M_{\text{ph}} = 2$ ， $\beta = 0.01$ ， $\rho_p = -20\text{dBm}$ ，分析结果是根据定理7.1所生成。可以很容易地观察到，数值结果与分析结果完全吻合，从而验证了解析表达式的正确性。此外，由于信道估计存在误差，多播速率在高SNR时达到饱和。而且多播速率随着RF链路数量的增加而增加，原因是大量的RF链路会带来更高的分集增益。

图7.4展示了具有不同数量的反射元和反射系数幅度情况下的多播速率，其中 $N_{\text{RF}} = 4$ ， $K = 8$ ， $M_{\text{ph}} = 2$ ， $\rho_p = -20\text{dBm}$ ，“近似结果”曲线是根据定理7.2所生成。正如预期的那

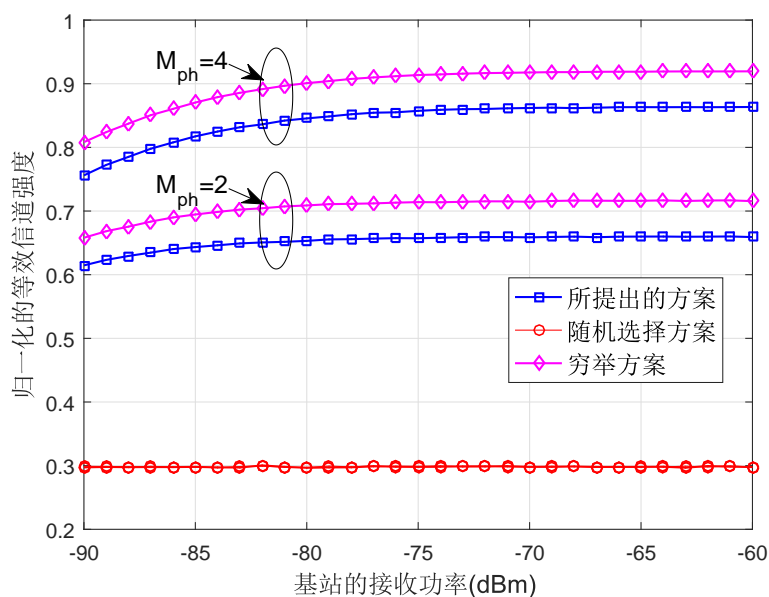


图 7.2 无源波束训练方案的性能

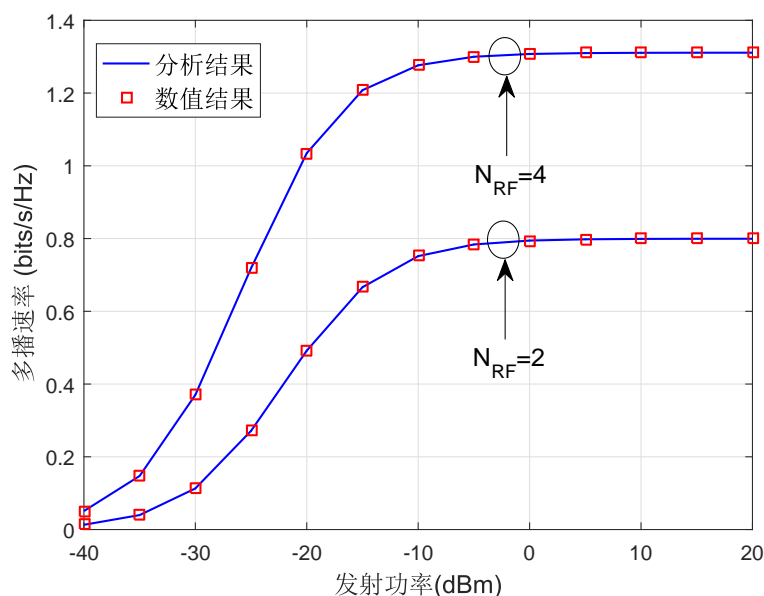


图 7.3 IRS辅助的多播系统的多播速率

样，近似值与数值结果非常吻合，尤其当 L 比较大时。此外，由于等效信道的增强，增加 L 可以显著提高多播速率。 β 越大意味着由IRS反射引起的功率损耗越小，因此多播速率随着反射系数幅度 β 的增加而增加。

图7.5展示了具有不同导频功率情况下RF链路数量对多播速率的影响，其中 $L = 2$ ， $K = 8$ ， $M_{ph} = 2$ ， $\beta = 0.01$ ， $\rho = -10\text{dBm}$ ，‘近似结果’曲线是根据定理7.3所产生。随着RF链路数量的增加，‘近似结果’曲线和‘数值结果’曲线之间的差距逐渐变小，验证了定

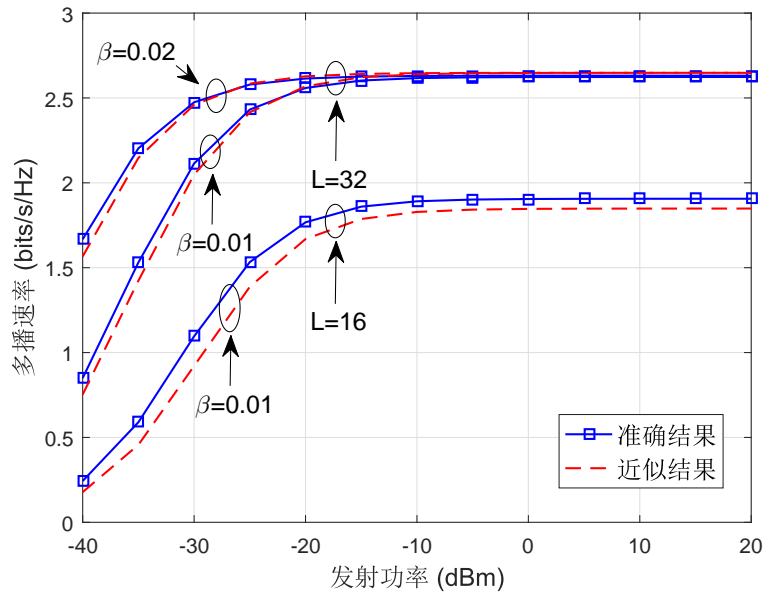


图 7.4 反射系数幅度的影响

理7.3中的分析结果。此外，随着RF链路数量的增加，多播速率不断提高而没有上限，这表明大量RF链路将显著提高多播速率。另外，由于更加准确的信道估计，多播速率随导频功率的增加而增加。

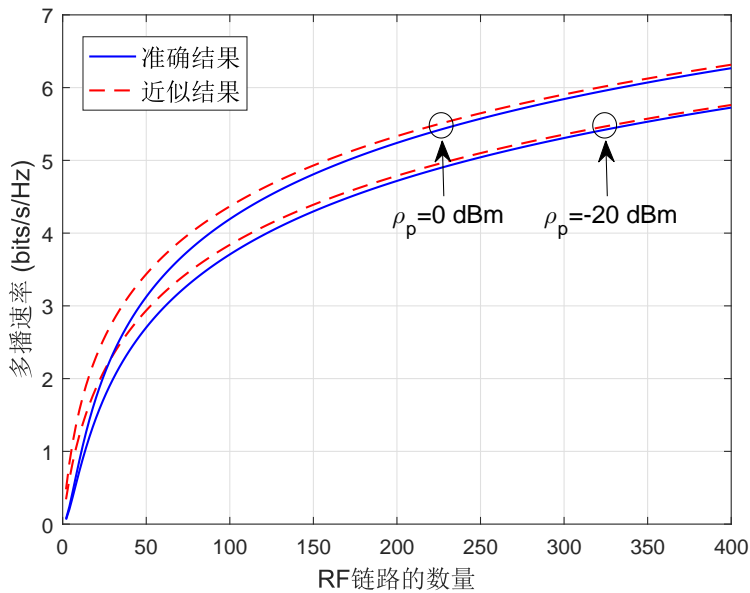


图 7.5 RF链路数量的影响

图7.6展示了反射元数量对多播速率的影响，其中 $N_{\text{RF}} = 4$, $K = 8$, $M_{\text{ph}} = 2$, $\beta = 0.01$, $\rho_p = -20\text{dBm}$, $\rho = -10\text{dBm}$ ，“近似结果”曲线是根据定理7.4所生成。可以很容

易地观察到，“近似结果”曲线与“数值结果”曲线非常匹配，从而验证了定理7.4的正确性。此外，随着 L 的增大，多播速率不断提高而没有上限，这意味着增加反射元的数量可以始终提高多播速率。而且由于更精确的波束训练，增加相移精度也会提高多播速率。

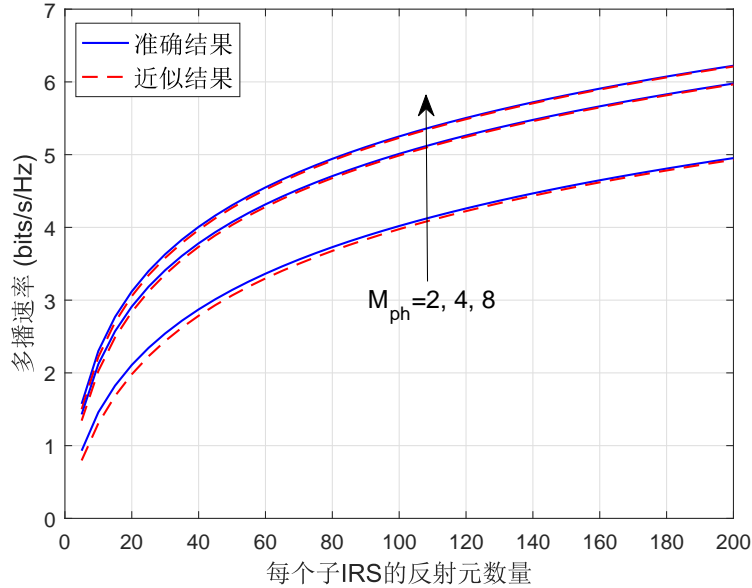


图 7.6 反射元数量的影响

图7.7展示了相移精度对多播速率的影响，其中 $N_{\text{RF}} = 4$ ， $K = 8$ ， $\beta = 0.01$ ， $\rho_p = -20\text{dBm}$ ， $\rho = -10\text{dBm}$ ，“极限”曲线是根据命题7.5所绘制。随着相移精度的增加，多播速率逐渐接近命题7.5给出的极限，从而验证了命题7.5的分析结果。而且可以通过增加反射元的数量来实现更高的多播速率，这是因为相移精度足够高时，多播速率主要由反射元的数量决定。此外，低精度相移可实现的多播速率与高精度相移可实现的多播速率相当。例如，当 $L = 100$ 时，相移数量为4的多播速率约为相移数量为20的多播速率的94%。

图7.8展示了用户数量对多播速率的影响，其中 $N_{\text{RF}} = 4$ ， $K = 8$ ， $\rho_p = -20\text{dBm}$ ， $\rho = -10\text{dBm}$ ，“近似结果”曲线是根据命题7.6所生成。可以很容易地观察到，这种近似非常紧密，从而验证了命题7.6中的分析表达式。此外，多播速率是关于用户数量的递减函数，这表明增加用户数量将始终降低多播速率，这是因为大量的用户将导致波束的定向性变差。另外，增加反射元的数量可以补偿由于用户数量增加而引起的速率损失。例如，当用户数从20增加到40时， $L = 100$ 的多播速率从3 bits/s/Hz下降到2 bits/s/Hz。但是，将 L 增加到200，多播速率可以保持在3 bits/s/Hz不变。

图7.9将IRS辅助的多播系统和传统的多天线多播系统进行了比较，其中 $N_{\text{RF}} = 8$ ， $K = 8$ ， $M_{\text{ph}} = 2$ ， $\beta = 0.01$ ， $\rho_p = -20\text{dBm}$ 。可以看到在低信噪比的情况下，由于IRS反射

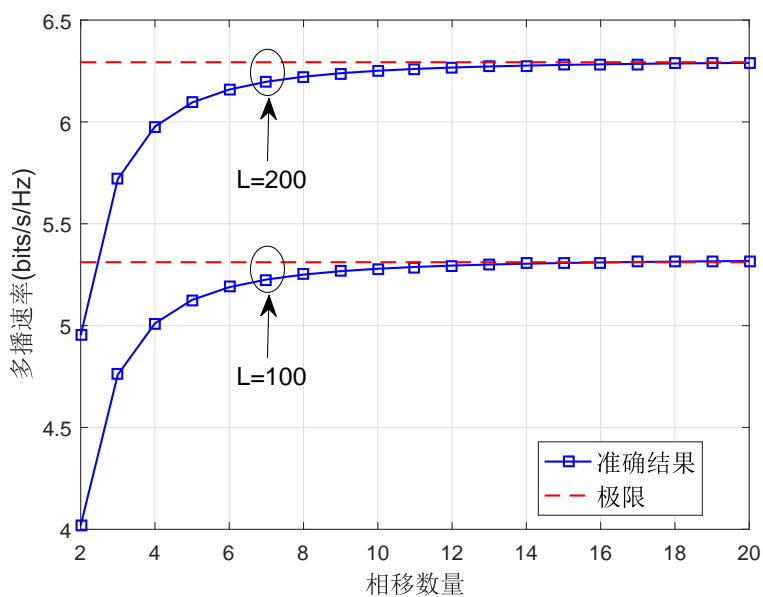


图 7.7 相移精度的影响

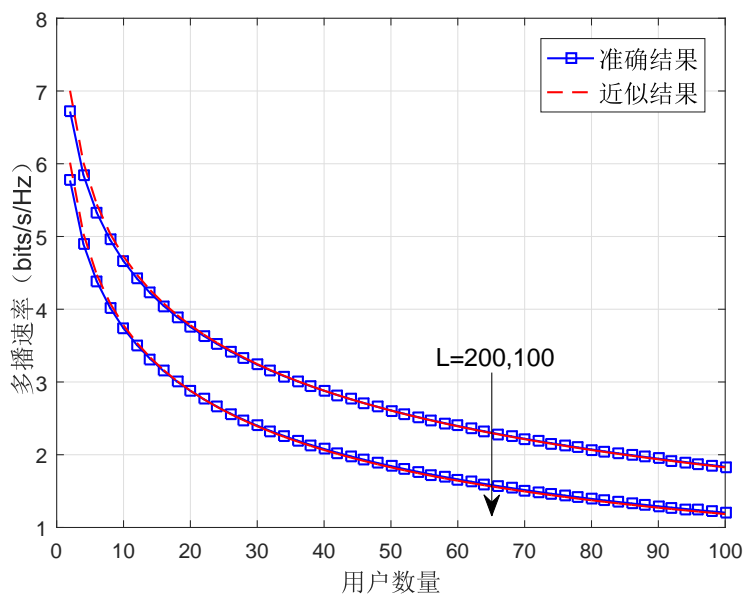


图 7.8 用户数量的影响

以及从BS到IRS的信号传播导致的功率损耗，IRS辅助的多播系统劣于传统的多天线多播系统。随着SNR的提高，IRS辅助的多播系统变得优于传统的多天线多播系统。而且，由于IRS带来的波束增益和孔径增益，两者速率的差距随着反射元数量的增加也逐渐变大。

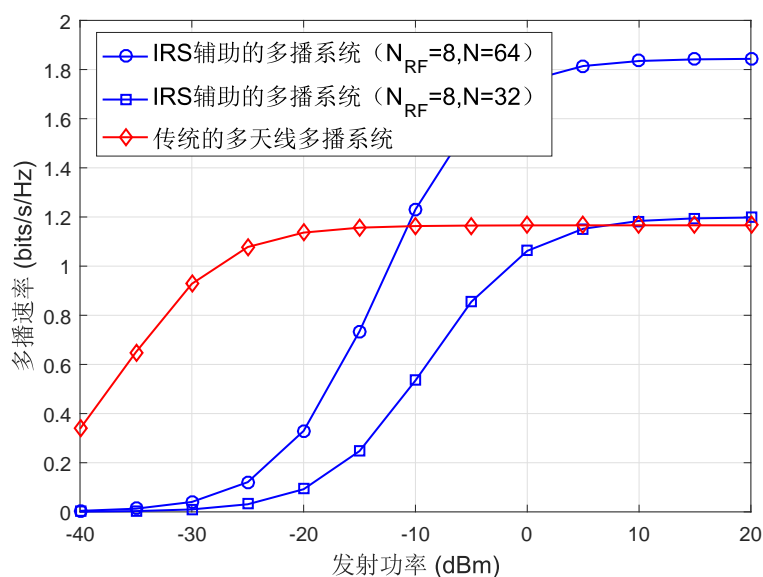


图 7.9 IRS辅助的多播系统对比传统多天线多播系统

7.7 本章小结

本章考虑有限的相移精度，研究了IRS辅助的多播系统的性能，并提出了一种新颖的无源波束训练算法，该算法可实现与穷举搜索方案相当的性能，并具有较低的时间开销。然后，推导出针对单个用户可达速率的闭合表达式。此外，针对多种场景，提出了近似最优的功率分配策略，并获得了多播速率的渐近近似表达式。功率分配结果表明在具有大量RF链路的情况下，最好为信道状况较差的用户分配更多的功率。然而在具有较大的导频功率或大量反射元的情况下，等功率分配策略最佳。对多播速率的分析结果表明，部署大量RF链路或反射元可以显著提高多播速率。此外，随着相移精度的增加，多播速率逐渐饱和。另外，多播速率是关于用户数量的递减函数。

第八章 总结与展望

本章将对论文工作进行总结，并给出进一步的研究方向。

8.1 研究总结

本论文以6G中的关键技术智能反射面协助的无线通信系统为研究对象，重点针对信道估计导频开销大、信道估计不准确以及波束设计复杂度高等问题，研究了：半无源反射元协助的智能反射面系统的信道估计；基于统计CSI的IRS辅助的无线通信系统的波束设计；基于角度域的IRS辅助的无线通信系统的设计与分析；IRS辅助的无线通信系统的鲁棒性波束设计；基于位置信息的IRS辅助的无线通信系统的设计与分析；有限相移精度的IRS辅助的多播系统的设计与分析。主要研究成果如下：

1. 创新性地提出了一种新颖的半无源反射元辅助的IRS信道估计框架，以在降低导频开销的同时控制IRS的硬件成本。具体而言，该框架中的一小部分IRS反射元安装有RF接收链路，能够处理接收到的信号以协助信道估计，从而极大降低了信道估计的导频开销。所提出的信道估计方案首先通过采用ESPRIT方法来估计BS-IRS信道，然后通过结合使用TLS ESPRIT和MUSIC技术来估计用户-IRS信道。分析表明，所提出的信道估计方案所需的训练时间与IRS反射元的数量无关，从而大大减少了导频训练开销。而且，与传统的基于CS的信道估计方案和基于级联的信道估计方案相比，所提出的方案在提高信道估计准确度方面具有很大的优势。
2. 首次提出了一种基于统计CSI的有源和无源波束赋形的联合设计方案。首先推导出遍历容量的闭合表达式，然后基于统计CSI联合设计BS有源波束和IRS无源波束以最大化系统遍历容量，有效降低了信道估计的导频开销以及波束设计的复杂度。具体而言，根据发射机和接收机之间是否存在LoS路径，分别考虑两种情况，即，莱斯衰落和瑞利衰落。针对莱斯衰落的情况，提出了一种交替优化的算法，通过迭代地解决两个低复杂度的子问题最终获得联合优化问题的解。而且，对于每个子问题，都可以得到闭合形式的最优解，并且保证了交替算法的收敛性。结果表明尽管仅使用统

计CSI，但是所提出的算法与基于瞬时CSI的算法取得了相近的性能。针对瑞利衰落的情况，本文获得了发射波束和无源波束的闭式最优解，极大降低了波束设计的复杂度，分析表明，使用统计CSI可以获得与使用瞬时CSI相同量级的功率增益。

3. 创新性地将角度域的概念引入IRS辅助的无线通信系统。首先提出了一种具有极低导频开销的基于角度的信道估计方案。分析结果表明，估计角度的精度随BS天线数量的增加而提高。而且，将IRS部署在更靠近BS的地方，可以进一步提高估计角度的准确性。然后在考虑角度估计误差的情况下，提出了一种低复杂度的BS波束和IRS波束的联合优化算法，并且在数学上证明了该算法的收敛性。最后，推导出用户可达速率的闭合表达式，对该表达式的分析表明，角度误差会极大降低用户的可达速率；可以通过增加BS天线或反射元的数量来提高可达速率，具体而言，BS到用户的链路和BS到IRS再到用户的级联链路可以分别获得量级为 N 和 NM^2 的功率增益，其中 N 是天线的数量， M 是反射元数量。
4. 针对CSI估计不准确的问题，本文提出了一种鲁棒性的BS有源波束和IRS无源波束的联合设计方案。通过联合设计有源和无源波束赋形以最小化发射功率，同时要求针对所有可能的误差都要满足最低可达速率的约束。结果表明，所提出的鲁棒性波束赋形算法针对所有可能的误差均能保证用户的目标速率，并且其性能优于文献^[13]中所提出的非鲁棒性算法。
5. 针对IRS辅助的多用户广播系统，创新性地提出了位置信息辅助的信道估计和波束设计方案。首先利用不完美的位置信息，估计出LoS路径的角度信息，并刻画了角度估计误差的统计特性。然后，基于估计的角度信息，提出了一种低复杂度的波束赋形方案，并获得了有源波束和相移波束的闭合表达式。当用户速率要求不高时，所提出的波束赋形方案优于基于完美CSI的波束赋形方案^[13]。最后，推导出基于该波束赋形方案的可达速率的闭合表达式，首次揭示了智能反射面部署的位置，以及不完美位置信息对系统性能的影响：将多个智能反射面部署在彼此远离的不同方向可以有效减少干扰；不完美位置信息将会造成波束无法有效对准用户的情况，严重降低用户的有效接收功率。这些发现为智能反射面在实际系统中的部署提供了重要的理论参考价值。此外，还通过设计功率分配方案，进一步优化了系统的性能。
6. 针对IRS辅助的多播系统，考虑IRS相移精度有限的非理想情况，首次提出了基于IRS无源波束训练的信道估计和波束设计方案。结果表明，所提出的无源波束训练算法取得了与穷举搜索法相近的性能，而且具有很低的时间开销。然后，推导出用

户可达速率的闭合表达式，并针对某些渐近情形，设计了最佳功率分配方案，得出多播速率的闭合表达式。功率分配结果表明，当导频功率或反射元的数量足够大时，等功率分配策略最佳。而当RF链路数目很大时，则更倾向于将更多的功率分配给较弱的用户。对多播速率的分析结果表明，当导频功率很大时，多播速率由最弱的用户决定。另外，增加RF链路或反射元的数量可以显著提高多播速率。并且随着相移精度的增加，多播速率会先提高，然后渐渐收敛到极限。此外，增加用户的数量会显著降低多播速率，而由此引起的速率损失可以通过采用大量反射元来进行补偿。

8.2 进一步研究方向

本文主要针对IRS辅助的无线通信系统进行了探索性的研究，并取得了一些初步的研究成果。但是相关领域还有许多问题悬而未决，值得进一步深入研究和分析，包括：

1. 现有的大量文献中，绝大部分是假设IRS反射系数的幅度不变，相位连续可调。本文虽然考虑了相移精度有限的IRS模型，但实际中，IRS的反射模型更加复杂，例如IRS反射系数幅度和相位均可调，并且是相互耦合的。因此，未来可以考虑针对更加实际的IRS反射模型进行信道估计以及波束赋形的设计。
2. 本文虽然针对多IRS辅助的单小区系统，研究了IRS部署位置对系统性能的影响，为IRS的实际部署提供了一些解决思路，但针对具有大量IRS的超大规模无线网络，优化IRS部署位置是一项计算复杂度极高的任务。因此，需要借用新的数学工具，例如随机几何和机器学习等，以进行系统级的分析和有效的部署设计。
3. 当前的研究通常使用IRS作为一种辅助方法来增强现有收发机的数据传输性能。实际上，IRS的每个反射元都可以进行单独的相位调整，从而对来自不同方向的入射信号表现出不同的灵敏度，这表明IRS可以用作被动监视无线电环境的传感器阵列。因此，挖掘IRS作为传感器的应用，例如室内定位以及姿势识别等，将会是未来的一个研究热点。

参考文献

- [1] Federico Boccardi, Robert W Heath, Angel Lozano, Thomas L Marzetta, and Petar Popovski. Five disruptive technology directions for 5G. *IEEE communications magazine*, 52(2):74–80, 2014.
- [2] Mansoor Shafi, Andreas F Molisch, Peter J Smith, Thomas Haustein, Peiying Zhu, Prasan De Silva, Fredrik Tufvesson, Anass Benjebbour, and Gerhard Wunder. 5G: A tutorial overview of standards, trials, challenges, deployment, and practice. *IEEE journal on selected areas in communications*, 35(6):1201–1221, 2017.
- [3] Shunqing Zhang, Qingqing Wu, Shugong Xu, and Geoffrey Ye Li. Fundamental green trade-offs: Progresses, challenges, and impacts on 5G networks. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 19(1):33–56, 2016.
- [4] Qingqing Wu, Geoffrey Ye Li, Wen Chen, Derrick Wing Kwan Ng, and Robert Schober. An overview of sustainable green 5G networks. *IEEE Wireless Communications*, 24(4):72–80, 2017.
- [5] David Tse and Pramod Viswanath. *Fundamentals of wireless communication*. Cambridge university press, 2005.
- [6] Andrea Goldsmith. *Wireless communications*. Cambridge university press, 2005.
- [7] Tie Jun Cui, Mei Qing Qi, Xiang Wan, Jie Zhao, and Qiang Cheng. Coding metamaterials, digital metamaterials and programmable metamaterials. *Light: Science & Applications*, 3(10):e218–e218, 2014.
- [8] Christos Liaskos, Shuai Nie, Ageliki Tsioliaridou, Andreas Pitsillides, Sotiris Ioannidis, and Ian Akyildiz. A new wireless communication paradigm through software-controlled metasurfaces. *IEEE Communications Magazine*, 56(9):162–169, 2018.
- [9] Qingqing Wu and Rui Zhang. Towards smart and reconfigurable environment: Intelligent reflecting surface aided wireless network. *IEEE Communications Magazine*, 58(1):106–112, 2019.

- [10] Huanhuan Yang, Xibi Chen, Fan Yang, Shenheng Xu, Xiangyu Cao, Maokun Li, and Jun Gao. Design of resistor-loaded reflectarray elements for both amplitude and phase control. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 16:1159–1162, 2016.
- [11] Sha Hu, Fredrik Rusek, and Ove Edfors. Beyond massive MIMO: The potential of data transmission with large intelligent surfaces. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 66(10):2746–2758, 2018.
- [12] Q. Wu, S. Zhang, B. Zheng, C. You, and R. Zhang. Intelligent reflecting surface aided wireless communications: A tutorial. *IEEE Transactions on Communications*, pages 1–1, 2021.
- [13] Qingqing Wu and Rui Zhang. Intelligent reflecting surface enhanced wireless network via joint active and passive beamforming. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 18(11):5394–5409, 2019.
- [14] Qiong He, Shulin Sun, Lei Zhou, et al. Tunable/reconfigurable metasurfaces: physics and applications. *Research*, 2019:1849272, 2019.
- [15] Sean Victor Hum and Julien Perruisseau-Carrier. Reconfigurable reflectarrays and array lenses for dynamic antenna beam control: A review. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 62(1):183–198, 2013.
- [16] Deepak Mishra and Håkan Johansson. Channel estimation and low-complexity beamforming design for passive intelligent surface assisted MISO wireless energy transfer. In *ICASSP 2019-2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 4659–4663. IEEE, 2019.
- [17] Beixiong Zheng and Rui Zhang. Intelligent reflecting surface-enhanced OFDM: Channel estimation and reflection optimization. *IEEE Wireless Communications Letters*, 9(4):518–522, 2019.
- [18] Jindan Xu, Wei Xu, and A Lee Swindlehurst. Discrete phase shift design for practical large intelligent surface communication. In *2019 IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing (PACRIM)*, pages 1–5. IEEE, 2019.
- [19] Yifei Yang, Beixiong Zheng, Shuowen Zhang, and Rui Zhang. Intelligent reflecting surface meets OFDM: Protocol design and rate maximization. *IEEE Transactions on Communications*, 2020.
- [20] Peilan Wang, Jun Fang, Huiping Duan, and Hongbin Li. Compressed channel estimation for intelligent reflecting surface-assisted millimeter wave systems. *IEEE Signal Processing*

- Letters*, 2020.
- [21] Zhen-Qing He and Xiaojun Yuan. Cascaded channel estimation for large intelligent metasurface assisted massive MIMO. *IEEE Wireless Communications Letters*, 9(2):210–214, 2019.
- [22] Jawad Mirza and Bakhtiar Ali. Channel estimation method and phase shift design for reconfigurable intelligent surface assisted MIMO networks. *arXiv preprint arXiv:1912.10671*, 2019.
- [23] Jiguang He, Markus Leinonen, Henk Wymeersch, and Markku Juntti. Channel estimation for RIS-aided mmwave MIMO channels. *arXiv preprint arXiv:2002.06453*, 2020.
- [24] Gilderlan T de Araújo and André LF de Almeida. PARAFAC-based channel estimation for intelligent reflective surface assisted MIMO system. In *2020 IEEE 11th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, pages 1–5. IEEE, 2020.
- [25] Saud Khan, Komal S Khan, Noman Haider, and Soo Young Shin. Deep-learning-aided detection for reconfigurable intelligent surfaces. *arXiv preprint arXiv:1910.09136*, 2019.
- [26] Ahmet M Elbir, Anastasios Papazafeiropoulos, Pandelis Kourteessis, and Symeon Chatzinotas. Deep channel learning for large intelligent surfaces aided mm-wave massive MIMO systems. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2020.
- [27] Boyu Ning, Zhi Chen, Wenrong Chen, and Yiming Du. Channel estimation and transmission for intelligent reflecting surface assisted THz communications. In *ICC 2020-2020 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 1–7. IEEE, 2020.
- [28] Boyu Ning, Zhi Chen, Wenrong Chen, Yiming Du, and Jun Fang. Channel estimation and hybrid beamforming for reconfigurable intelligent surfaces assisted THz communications. *arXiv preprint arXiv:1912.11662*, 2019.
- [29] Qurrat-Ul-Ain Nadeem, Abla Kammoun, Anas Chaaban, Merouane Debbah, and Mohamed-Slim Alouini. Intelligent reflecting surface assisted wireless communication: Modeling and channel estimation. 2019.
- [30] Zhaorui Wang, Liang Liu, and Shuguang Cui. Channel estimation for intelligent reflecting surface assisted multiuser communications: Framework, algorithms, and analysis. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 19(10):6607–6620, 2020.
- [31] Abdelrahman Taha, Muhammad Alrabeiah, and Ahmed Alkhateeb. Enabling large intelligent surfaces with compressive sensing and deep learning. *arXiv preprint arXiv:1904.10136*, 2019.

- [32] George C Alexandropoulos and Evangelos Vlachos. A hardware architecture for reconfigurable intelligent surfaces with minimal active elements for explicit channel estimation. In *ICASSP 2020-2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 9175–9179. IEEE, 2020.
- [33] Abdelrahman Taha, Yu Zhang, Faris B Mismar, and Ahmed Alkhateeb. Deep reinforcement learning for intelligent reflecting surfaces: Towards standalone operation. *arXiv preprint arXiv:2002.11101*, 2020.
- [34] Abdelrahman Taha, Muhammad Alrabeiah, and Ahmed Alkhateeb. Deep learning for large intelligent surfaces in millimeter wave and massive MIMO systems. In *2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pages 1–6. IEEE, 2019.
- [35] Weifeng Han, Peng Chen, and Zhenxin Cao. Deep neural network-based quantized signal reconstruction for DOA estimation. *arXiv preprint arXiv:2005.01102*, 2020.
- [36] Wankai Tang, Ming Zheng Chen, Xiangyu Chen, Jun Yan Dai, Yu Han, Marco Di Renzo, Yong Zeng, Shi Jin, Qiang Cheng, and Tie Jun Cui. Wireless communications with reconfigurable intelligent surface: Path loss modeling and experimental measurement. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020.
- [37] Qingqing Wu and Rui Zhang. Intelligent reflecting surface enhanced wireless network: Joint active and passive beamforming design. In *2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pages 1–6. IEEE, 2018.
- [38] Emil Björnson and Luca Sanguinetti. Demystifying the power scaling law of intelligent reflecting surfaces and metasurfaces. In *2019 IEEE 8th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*, pages 549–553. IEEE, 2019.
- [39] Xianghao Yu, Dongfang Xu, and Robert Schober. MISO wireless communication systems via intelligent reflecting surfaces. In *2019 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC)*, pages 735–740. IEEE, 2019.
- [40] Yifei Yang, Shuowen Zhang, and Rui Zhang. Irs-enhanced OFDM: Power allocation and passive array optimization. In *2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pages 1–6. IEEE, 2019.
- [41] Jie Yuan, Ying-Chang Liang, Jingon Joung, Gang Feng, and Erik G Larsson. Intelligent reflecting surface-assisted cognitive radio system. *IEEE Transactions on Communications*,

- 2020.
- [42] Peilan Wang, Jun Fang, Xiaojun Yuan, Zhi Chen, and Hongbin Li. Intelligent reflecting surface-assisted millimeter wave communications: Joint active and passive precoding design. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020.
- [43] Shuowen Zhang and Rui Zhang. Capacity characterization for intelligent reflecting surface aided MIMO communication. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 38(8):1823–1838, 2020.
- [44] Keke Ying, Zhen Gao, Shanxiang Lyu, Yongpeng Wu, Hua Wang, and Mohamed-Slim Alouini. GMD-based hybrid beamforming for large reconfigurable intelligent surface assisted millimeter-wave massive MIMO. *IEEE Access*, 8:19530–19539, 2020.
- [45] Chang Guo, Zhufei Lu, Zhe Guo, Feng Yang, and Lianghai Ding. Maximum ergodic capacity of intelligent reflecting surface assisted MIMO wireless communication system. In *International Conference on Communications and Networking in China*, pages 331–343. Springer, 2019.
- [46] Boyu Ning, Zhi Chen, Wenjie Chen, and Jun Fang. Beamforming optimization for intelligent reflecting surface assisted MIMO: A sum-path-gain maximization approach. *IEEE Wireless Communications Letters*, 9(7):1105–1109, 2020.
- [47] Samith Abeywickrama, Rui Zhang, Qingqing Wu, and Chau Yuen. Intelligent reflecting surface: Practical phase shift model and beamforming optimization. *IEEE Transactions on Communications*, 68(9):5849–5863, 2020.
- [48] Yu Han, Wankai Tang, Shi Jin, Chao-Kai Wen, and Xiaoli Ma. Large intelligent surface-assisted wireless communication exploiting statistical CSI. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 68(8):8238–8242, 2019.
- [49] Chongwen Huang, Alessio Zappone, Mérouane Debbah, and Chau Yuen. Achievable rate maximization by passive intelligent mirrors. In *2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 3714–3718. IEEE, 2018.
- [50] Yulan Gao, Chao Yong, Zehui Xiong, Dusit Niyato, Yue Xiao, and Jun Zhao. Reconfigurable intelligent surface for MISO systems with proportional rate constraints. In *ICC 2020-2020 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 1–7. IEEE, 2020.
- [51] Huayan Guo, Ying-Chang Liang, Jie Chen, and Erik G Larsson. Weighted sum-rate maximization for reconfigurable intelligent surface aided wireless networks. *IEEE Transactions*

- on *Wireless Communications*, 19(5):3064–3076, 2020.
- [52] Ming-Min Zhao, Qingqing Wu, Min-Jian Zhao, and Rui Zhang. Two-timescale beamforming optimization for intelligent reflecting surface enhanced wireless network. In *2020 IEEE 11th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, pages 1–5. IEEE, 2020.
- [53] Yihong Liu, Lei Zhang, Bowen Yang, Weisi Guo, and Muhammad Ali Imran. Programmable wireless channel for multi-user MIMO transmission using meta-surface. In *2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pages 1–6. IEEE, 2019.
- [54] Gui Zhou, Cunhua Pan, Hong Ren, Kezhi Wang, and Arumugam Nallanathan. Intelligent reflecting surface aided multigroup multicast MISO communication systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 68:3236–3251, 2020.
- [55] Cunhua Pan, Hong Ren, Kezhi Wang, Wei Xu, Maged ElKashlan, Arumugam Nallanathan, and Lajos Hanzo. Multicell MIMO communications relying on intelligent reflecting surfaces. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 19(8):5218–5233, 2020.
- [56] Sha Hu, Krishna Chitti, Fredrik Rusek, and Ove Edfors. User assignment with distributed large intelligent surface (LIS) systems. In *2018 IEEE 29th Annual International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, pages 1–6. IEEE, 2018.
- [57] Hailiang Xie, Jie Xu, and Ya-Feng Liu. Max-min fairness in irs-aided multi-cell MISO systems via joint transmit and reflective beamforming. In *ICC 2020-2020 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 1–6. IEEE, 2020.
- [58] Boya Di, Hongliang Zhang, Lianlin Li, Lingyang Song, Yonghui Li, and Zhu Han. Practical hybrid beamforming with finite-resolution phase shifters for reconfigurable intelligent surface based multi-user communications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 69(4):4565–4570, 2020.
- [59] Huayan Guo, Ying-Chang Liang, Jie Chen, and Erik G Larsson. Weighted sum-rate maximization for intelligent reflecting surface enhanced wireless networks. In *2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pages 1–6. IEEE, 2019.
- [60] Yifei Yang, Shuowen Zhang, and Rui Zhang. Irs-enhanced OFDMA: Joint resource allocation and passive beamforming optimization. *IEEE Wireless Communications Letters*, 9(6):760–764, 2020.
- [61] Qingqing Wu and Rui Zhang. Beamforming optimization for intelligent reflecting surface with discrete phase shifts. In *ICASSP 2019-2019 IEEE International Conference on Acous-*

- tics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 7830–7833. IEEE, 2019.
- [62] Qingqing Wu and Rui Zhang. Beamforming optimization for wireless network aided by intelligent reflecting surface with discrete phase shifts. *IEEE Transactions on Communications*, 68(3):1838–1851, 2019.
- [63] Yiqing Li, Miao Jiang, Qi Zhang, and Jiayin Qin. Joint beamforming design in multi-cluster MISO NOMA intelligent reflecting surface-aided downlink communication networks. *arXiv preprint arXiv:1909.06972*, 2019.
- [64] Huimei Han, Jun Zhao, Dusit Niyato, Marco Di Renzo, and Quoc-Viet Pham. Intelligent reflecting surface aided network: Power control for physical-layer broadcasting. In *ICC 2020-2020 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 1–7. IEEE, 2020.
- [65] Min Fu, Yong Zhou, and Yuanming Shi. Intelligent reflecting surface for downlink non-orthogonal multiple access networks. In *2019 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, pages 1–6. IEEE, 2019.
- [66] Chongwen Huang, Alessio Zappone, George C Alexandropoulos, Mérouane Debbah, and Chau Yuen. Reconfigurable intelligent surfaces for energy efficiency in wireless communication. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 18(8):4157–4170, 2019.
- [67] Chongwen Huang, George C Alexandropoulos, Alessio Zappone, Mérouane Debbah, and Chau Yuen. Energy efficient multi-user MISO communication using low resolution large intelligent surfaces. In *2018 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, pages 1–6. IEEE, 2018.
- [68] Beixiong Zheng, Qingqing Wu, and Rui Zhang. Intelligent reflecting surface-assisted multiple access with user pairing: NOMA or OMA? *IEEE Communications Letters*, 24(4):753–757, 2020.
- [69] Emil Björnson, Özgecan Özdogan, and Erik G Larsson. Intelligent reflecting surface versus decode-and-forward: How large surfaces are needed to beat relaying? *IEEE Wireless Communications Letters*, 9(2):244–248, 2019.
- [70] Marco Di Renzo, Alessio Zappone, Merouane Debbah, Mohamed-Slim Alouini, Chau Yuen, Julien de Rosny, and Sergei Tretyakov. Smart radio environments empowered by reconfigurable intelligent surfaces: How it works, state of research, and the road ahead. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 38(11):2450–2525, 2020.
- [71] Qingqing Wu, Shuowen Zhang, Beixiong Zheng, Changsheng You, and Rui Zhang. Intel-

- ligent reflecting surface aided wireless communications: A tutorial. *arXiv preprint arXiv:2007.02759*, 2020.
- [72] Changsheng You, Beixiong Zheng, and Rui Zhang. Channel estimation and passive beamforming for intelligent reflecting surface: Discrete phase shift and progressive refinement. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 38(11):2604–2620, 2020.
- [73] Namrata Vaswani and Wei Lu. Modified-CS: Modifying compressive sensing for problems with partially known support. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(9):4595–4607, 2010.
- [74] Ming Jin, Guisheng Liao, and Jun Li. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar. *Signal Processing*, 89(2):244–251, 2009.
- [75] Qin-Yie Yin, RW Newcomb, and Li-He Zou. Estimating 2-D angles of arrival via two parallel linear arrays. In *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pages 2803–2806. IEEE, 1989.
- [76] Harry L Van Trees. *Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory*. John Wiley & Sons, 2004.
- [77] Hongxiang Xie, Feifei Gao, Shun Zhang, and Shi Jin. A unified transmission strategy for TDD/FDD massive MIMO systems with spatial basis expansion model. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 66(4):3170–3184, 2016.
- [78] Mingjin Wang, Feifei Gao, Nir Shlezinger, Mark F Flanagan, and Yonina C Eldar. A block sparsity based estimator for mmwave massive MIMO channels with beam squint. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 68:49–64, 2019.
- [79] Mengnan Jian, Feifei Gao, Zhi Tian, Shi Jin, and Shaodan Ma. Angle-domain aided UL/DL channel estimation for wideband mmwave massive MIMO systems with beam squint. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 18(7):3515–3527, 2019.
- [80] Yuyan Zhao, Yanan Liu, Gary Boudreau, Akram Bin Sediq, and Xianbin Wang. Angle-based beamforming in mmwave massive MIMO systems with low feedback overhead using multi-pattern codebooks. *China Communications*, 16(9):18–30, 2019.
- [81] Mirjana Simic and Predrag Pejovic. Positioning in cellular networks. In *Cellular Networks – Positioning, Performance Analysis, Reliability*, page 51. InTech, 2011.
- [82] Gui Zhou, Cunhua Pan, Hong Ren, Kezhi Wang, Marco Di Renzo, and Arumugam Nallanathan. Robust beamforming design for intelligent reflecting surface aided MISO commu-

- nication systems. *IEEE wireless communications letters*, 9(10):1658–1662, 2020.
- [83] Qun Wang, Fuhui Zhou, Rose Qingyang Hu, and Yi Qian. Energy efficient robust beamforming and cooperative jamming design for irs-assisted MISO networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020.
- [84] Sheng Hong, Cunhua Pan, Hong Ren, Kezhi Wang, Kok Keong Chai, and Arumugam Nallanathan. Robust transmission design for intelligent reflecting surface aided secure communication systems with imperfect cascaded CSI. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020.
- [85] Zhi-Quan Luo, Jos F Sturm, and Shuzhong Zhang. Multivariate nonnegative quadratic mappings. *SIAM Journal on Optimization*, 14(4):1140–1162, 2004.
- [86] Jiguang He, Henk Wymeersch, Tachporn Sanguanpuak, Olli Silvén, and Markku Juntti. Adaptive beamforming design for mmwave ris-aided joint localization and communication. In *2020 IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops (WCNCW)*, pages 1–6. IEEE, 2020.
- [87] Thomas L Marzetta and Hien Quoc Ngo. *Fundamentals of massive MIMO*. Cambridge University Press, 2016.

附录 A 第三章相关证明

A.1 命题3.1的证明

利用詹森不等式可得

$$\mathbb{E}\{\log_2(1+\gamma)\} \lesssim \log_2(1+\mathbb{E}\{\gamma\}) = \log_2\left(1+\gamma_0\mathbb{E}\left\{\left|(\mathbf{h}_2^T\Phi\mathbf{H}_1+\lambda\mathbf{g}^T)\mathbf{f}\right|^2\right\}\right). \quad (\text{A.1})$$

接下来的任务是推导 $\mathbb{E}\left\{\left|(\mathbf{h}_2^T\Phi\mathbf{H}_1+\lambda\mathbf{g}^T)\mathbf{f}\right|^2\right\}$ 。应用二项式展开定理可得

$$\begin{aligned} & \left|(\mathbf{h}_2^T\Phi\mathbf{H}_1+\lambda\mathbf{g}^T)\mathbf{f}\right|^2 \\ &= \left|\left(a_2\bar{\mathbf{h}}_2^T+b_2\tilde{\mathbf{h}}_2^T\right)\Phi\left(a_1\bar{\mathbf{H}}_1+b_1\tilde{\mathbf{H}}_1\right)\mathbf{f}+\lambda\left(a_0\bar{\mathbf{g}}^T+b_0\tilde{\mathbf{g}}^T\right)\mathbf{f}\right|^2 \\ &= |x_1+x_2+x_3+x_4+x_5|^2, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

其中 $x_1=(a_2a_1\bar{\mathbf{h}}_2^T\Phi\bar{\mathbf{H}}_1+\lambda a_0\bar{\mathbf{g}}^T)\mathbf{f}$, $x_2=a_2b_1\bar{\mathbf{h}}_2^T\Phi\tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{f}$, $x_3=b_2a_1\tilde{\mathbf{h}}_2^T\Phi\bar{\mathbf{H}}_1\mathbf{f}$, $x_4=b_2b_1\tilde{\mathbf{h}}_2^T\Phi\tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{f}$, $x_5=\lambda b_0\tilde{\mathbf{g}}^T\mathbf{f}$ 。

很容易观察到 x_1 是一个常数, $\mathbb{E}\{x_i\}=0$ 对 $i=2,3,4,5$ 均成立。此外, 由于 $\tilde{\mathbf{h}}_2$ 、 $\tilde{\mathbf{H}}_1$ 和 $\tilde{\mathbf{g}}$ 均值为零且相互独立, 因此经过推导可得

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\left\{\left|(\mathbf{h}_2^T\Phi\mathbf{H}_1+\lambda\mathbf{g}^T)\mathbf{f}\right|^2\right\} \\ &= \mathbb{E}\{|x_1+x_2+x_3+x_4+x_5|^2\} \\ &= |x_1|^2 + \mathbb{E}\{|x_2|^2\} + \mathbb{E}\{|x_3|^2\} + \mathbb{E}\{|x_4|^2\} + \mathbb{E}\{|x_5|^2\}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

令 $\mathbf{w} \triangleq \tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{f}$, $\mathbb{E}\{|x_2|^2\} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 可以表示为

$$\mathbb{E}\{|x_2|^2\} = a_2^2 b_1^2 \mathbb{E}\{\text{tr}(\bar{\mathbf{h}}_2^* \bar{\mathbf{h}}_2^T \mathbf{w} \mathbf{w}^H)\} = a_2^2 b_1^2 \text{tr}(\bar{\mathbf{h}}_2^* \bar{\mathbf{h}}_2^T \mathbb{E}\{\mathbf{w} \mathbf{w}^H\}). \quad (\text{A.4})$$

根据 $\mathbb{E}\{\mathbf{w} \mathbf{w}^H\} = \mathbf{I}_N$ 可得 $\mathbb{E}\{|x_2|^2\} = a_2^2 b_1^2 \text{tr}(\bar{\mathbf{h}}_2^* \bar{\mathbf{h}}_2^T \mathbf{I}_N) = a_2^2 b_1^2 N$ 。采用相似的方法, 可得 $\mathbb{E}\{|x_3|^2\} = b_2^2 a_1^2 \|\tilde{\mathbf{H}}_1\mathbf{f}\|^2$, $\mathbb{E}\{|x_4|^2\} = b_2^2 b_1^2 N$, $\mathbb{E}\{|x_5|^2\} = \lambda^2 b_0^2$ 。

最后, 对所有值进行求和, 命题3.1即可得证。

附录 B 第四章相关证明

B.1 命题4.1的证明

第 n 个天线的接收信号可以分解为LOS分量和不确定性分量，即

$$r_n = A_{\text{ob},n} e^{j\vartheta_n} = A_{\text{LOS},n} e^{j(\theta_q + i_{N,n} \bar{\theta}_{x\text{-B2I}} + j_{N,n} \bar{\theta}_{y\text{-B2I}})} + A_{\text{unct},n} e^{j\vartheta_{\text{unct},n}}, \quad (\text{B.1})$$

其中

$$A_{\text{LOS},n} e^{j(\theta_q + i_{N,n} \bar{\theta}_{x\text{-B2I}} + j_{N,n} \bar{\theta}_{y\text{-B2I}})} \triangleq \sqrt{\frac{\alpha_{\text{U}} v_{\text{B2U}}}{v_{\text{B2U}} + 1}} e^{(i_{N,n} \bar{\theta}_{x\text{-B2I}} + j_{N,n} \bar{\theta}_{y\text{-B2I}})} q, \quad (\text{B.2})$$

$$A_{\text{unct},n} e^{j\vartheta_{\text{unct},n}} \triangleq \sqrt{\frac{\alpha_{\text{U}}}{v_{\text{B2U}} + 1}} \tilde{h}_{\text{B2U},n} q + n_{\text{BS},n}, \quad (\text{B.3})$$

其中 $A_{\text{ob},n}$, $A_{\text{LOS},n}$ and $A_{\text{unct},n}$ 表示相应的振幅， $\vartheta_{\text{unct},n}$ 表示不确定性分量的角度。分别用 $\vec{\mathbf{a}}$ 、 $\vec{\mathbf{b}}$ 和 $\vec{\mathbf{c}}$ 表示矢量形式的 r_n ， r_n 的LOS分量和不确定性分量，其中 $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{b}} + \vec{\mathbf{c}}$ 。根据三角形的性质并且注意到 e_n 近似为 $\vec{\mathbf{a}}$ 和 $\vec{\mathbf{b}}$ 之间的夹角可得

$$\sin e_n = \frac{A_{\text{unct},n}}{A_{\text{ob},n}} \sin \theta_{\text{ob},n}, \quad (\text{B.4})$$

其中 $\theta_{\text{ob},n} \triangleq \theta_q + i_{N,n} \bar{\theta}_{x\text{-B2I}} + j_{N,n} \bar{\theta}_{y\text{-B2I}} - \vartheta_{\text{unct},n}$ 。

泰勒展开得到

$$e_n = \frac{A_{\text{unct},n}}{A_{\text{ob},n}} \sin \theta_{\text{ob},n}, \quad (\text{B.5})$$

其中推导利用了 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = x$ 。

由于莱斯因子和SNR比较大， $A_{\text{unct},n}$ 比 $A_{\text{LOS},n}$ 小得多。因此， e_n 可以近似为

$$e_n \approx \frac{A_{\text{unct},n}}{A_{\text{LOS},n}} \sin \theta_{\text{ob},n} = \frac{A_{\text{unct},n}}{\sqrt{\frac{\alpha_{\text{B2U}} v_{\text{B2U}} P_q}{v_{\text{B2U}} + 1}}} \sin \theta_{\text{ob},n}. \quad (\text{B.6})$$

因为 $A_{\text{unct},n}$ 和 $\vartheta_{\text{unct},n}$ 分别是复数高斯随机变量的幅度和角度，所以 $A_{\text{unct},n}$ 服从瑞利分布， $\theta_{\text{ob},n}$ 服从均匀分布。因此， e_n 服从复高斯分布，其方差为

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{A_{\text{LOS},n}^2} \mathbb{E} \{ |A_{\text{unct},n}|^2 \} \mathbb{E} \{ |\sin \theta_{\text{ob},n}|^2 \} \stackrel{(a)}{=} \frac{(4 - \pi)(v_{\text{B2U}} + 1)}{8\alpha_{\text{B2U}} P_q v_{\text{B2U}}} \left(\frac{\alpha_{\text{B2U}} P_q}{v_{\text{B2U}} + 1} + \sigma_{\text{BS},0}^2 \right), \quad (\text{B.7})$$

其中(a)是根据 $\mathbb{E}\{|A_{\text{unct},n}|^2\} = \frac{4-\pi}{4} \left(\frac{\alpha_{\text{B2U}} P_q}{v_{\text{B2U}+1}} + \sigma_{\text{BS},0}^2 \right)$ 和 $\mathbb{E}\{|\sin \theta_{\text{ob},n}|^2\} = \frac{1}{2}$ 得到。

最后, 经过一些简单的代数运算, 命题4.1即可得证。

B.2 定理4.1的证明

定义 $\Delta\boldsymbol{\vartheta} \triangleq \left[\Delta\bar{\theta}_{1,m_1}, \dots, \Delta\bar{\theta}_{n,m_n}, \dots, \Delta\bar{\theta}_{\frac{N}{2}, m_{\frac{N}{2}}} \right]^T$ 和 $\bar{\boldsymbol{\theta}} \triangleq [\bar{\theta}_{x\text{-B2U}}, \bar{\theta}_{y\text{-B2U}}]^T$ 。 $\Delta\boldsymbol{\vartheta}$ 的条件概率密度函数 (PDF) 由下式给出

$$p(\Delta\boldsymbol{\vartheta}; \bar{\boldsymbol{\theta}}) = \prod_{n=1}^{\frac{N}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\text{pd}}^2}} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_{\text{pd}}^2} (\Delta\bar{\theta}_{n,m_n} + (i_{N,n} - i_{N,m_n}) \bar{\theta}_{x\text{-B2U}} + (j_{N,n} - j_{N,m_n}) \bar{\theta}_{y\text{-B2U}})^2 \right). \quad (\text{B.8})$$

根据Neyman-Fisher分解定理, 将上述PDF分解为

$$p(\Delta\boldsymbol{\vartheta}; \bar{\boldsymbol{\theta}}) = f_1(\Delta\boldsymbol{\vartheta}) f_2(\mathbf{T}(\Delta\boldsymbol{\vartheta}), \bar{\boldsymbol{\theta}}), \quad (\text{B.9})$$

其中

$$f_1(\Delta\boldsymbol{\vartheta}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma_{\text{pd}}^2})^{\frac{N}{2}}} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_{\text{pd}}^2} \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} \Delta\bar{\theta}_{n,m_n}^2 \right), \quad (\text{B.10})$$

$$f_2(\mathbf{T}(\Delta\boldsymbol{\vartheta}), \bar{\boldsymbol{\theta}}) = \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_{\text{pd}}^2} \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} ((i_{N,n} - i_{N,m_n}) \bar{\vartheta}_{x\text{-B2U}} + (j_{N,n} - j_{N,m_n}) \bar{\vartheta}_{y\text{-B2U}})^2 \right) \quad (\text{B.11})$$

$$\times \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{\text{pd}}^2} (\bar{\vartheta}_{x\text{-B2U}} T_1 + \bar{\vartheta}_{y\text{-B2U}} T_2) \right),$$

$$\mathbf{T}(\Delta\boldsymbol{\vartheta}) = [T_1, T_2]^T. \quad (\text{B.12})$$

其中 $T_1 = \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} (i_{N,n} - i_{N,m_n}) \Delta\bar{\theta}_{n,m_n}$, $T_2 = \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} (j_{N,n} - j_{N,m_n}) \Delta\bar{\theta}_{n,m_n}$ 。

这样就得到了关于 $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ 的充分统计量 $\mathbf{T}(\Delta\boldsymbol{\vartheta})$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 应该是关于 $\mathbf{T}(\Delta\boldsymbol{\vartheta})$ 的一个函数。注意到 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 是无偏的, 可得

$$\hat{\theta}_{x\text{-B2U}} = -\frac{T_1}{Q_1}, \quad (\text{B.13})$$

$$\hat{\theta}_{y\text{-B2U}} = -\frac{T_2}{Q_1}, \quad (\text{B.14})$$

其中 $Q_1 \triangleq \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} (i_{N,n} - i_{N,m_n})^2 = \frac{1}{6} N(N-1)$ 。

B.3 定理4.2的证明

首先推导(4.31)。根据引理4.1，可以将IRS到用户的有效角度表示为

$$\bar{\theta}_{x-12U} = \frac{\hat{d}_{12U}}{d_{12U}} \hat{\theta}_{x-12U} + \frac{d_{B2U}}{d_{12U}} \epsilon_{x-B2U}, \quad (\text{B.15})$$

其中

$$d_{12U} = \sqrt{\left(x_I - \hat{x}_U - \frac{d_{B2U}}{\pi} \epsilon_{x-B2U}\right)^2 + \left(y_I - \hat{y}_U - \frac{d_{B2U}}{\pi} \epsilon_{y-B2U}\right)^2 + (z_I - z_U)^2}. \quad (\text{B.16})$$

重申 $z_U = -\frac{d_{B2U} \sqrt{\pi^2 - \bar{\theta}_{x-B2U}^2 - \bar{\theta}_{y-B2U}^2}}{\pi}$ 并利用 $(1+x)^{\frac{1}{2}}$ 在 $x=0$ 处的泰勒展开，可得

$$z_U \approx d_{B2U} \left(-1 + \frac{\bar{\theta}_{x-B2U}^2 + \bar{\theta}_{y-B2U}^2}{2\pi^2} \right) = \hat{z}_U + \frac{d_{B2U} (\epsilon_{x-B2U}^2 + \epsilon_{y-B2U}^2 + 2\epsilon_{x-B2U} \bar{\theta}_{x-B2U} + 2\epsilon_{y-B2U} \bar{\theta}_{y-B2U})}{2\pi^2}. \quad (\text{B.17})$$

将 $\frac{\hat{d}_{12U}}{d_{12U}}$ 重新表示为

$$\frac{\hat{d}_{12U}}{d_{12U}} = 1 / \sqrt{1 + Q_2}, \quad (\text{B.18})$$

其中 $Q_2 \approx 2 \frac{\frac{d_{B2U}}{\pi} (x_I - \hat{x}_U) \epsilon_{x-B2U} + \frac{d_{B2U}}{\pi} (y_I - \hat{y}_U) \epsilon_{y-B2U} - \frac{d_{B2U}}{\pi^2} (z_I - \hat{z}_U) (\hat{\theta}_{x-12U} \epsilon_{x-B2U} + \hat{\theta}_{y-12U} \epsilon_{y-B2U})}{\hat{d}_{12U}^2}$.

重申 $\hat{\theta}_{x-12U} = \frac{(x_I - \hat{x}_U)\pi}{\hat{d}_{12U}}$ 以及 $\hat{\theta}_{y-12U} = \frac{(y_I - \hat{y}_U)\pi}{\hat{d}_{12U}}$ ，将 Q_2 重新表示为

$$Q_2 = \frac{2d_{B2U}}{\pi^2 \hat{d}_{12U}} \left\{ \left(\hat{\theta}_{x-12U} - \frac{\hat{\theta}_{x-12U} \hat{\theta}_{z-12U}}{\pi} \right) \epsilon_{x-B2U} + \left(\hat{\theta}_{y-12U} - \frac{\hat{\theta}_{y-12U} \hat{\theta}_{z-12U}}{\pi} \right) \epsilon_{y-B2U} \right\}, \quad (\text{B.19})$$

其中 $\hat{\theta}_{z-12U} \triangleq \frac{(z_I - \hat{z}_U)\pi}{\hat{d}_{12U}}$.

利用 $(1+Q_2)^{-\frac{1}{2}}$ 在 $Q_2=0$ 处的泰勒展开，(B.18)可以近似为

$$\frac{\hat{d}_{12U}}{d_{12U}} = 1 - \frac{1}{2} Q_2 + o(Q_2) \approx 1 - \frac{1}{2} Q_2. \quad (\text{B.20})$$

类似地，将 $\frac{d_{B2U}}{d_{12U}}$ 表示为

$$\frac{d_{B2U}}{d_{12U}} = \frac{d_{B2U}}{\hat{d}_{12U}} \left(1 - \frac{1}{2} Q_2 \right). \quad (\text{B.21})$$

之后，将(B.20)和(B.21)代入(B.15)得到

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_{x-12U} &= \left(1 - \frac{1}{2} Q_2 \right) \frac{\hat{d}_{12U}}{d_{12U}} \hat{\theta}_{x-12U} + \frac{d_{B2U}}{\hat{d}_{12U}} \left(1 - \frac{1}{2} Q_2 \right) \epsilon_{x-B2U} \\ &\stackrel{(a)}{\approx} \left(1 - \frac{1}{2} Q_2 \right) \hat{\theta}_{x-12U} + \frac{d_{B2U}}{\hat{d}_{12U}} \epsilon_{x-B2U}. \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

经过一些代数运算后，即可完成(4.31)的证明。按照类似的方法，同样可以证明(4.32)。

B.4 命题4.2的证明

平均接收功率为

$$P_r = \mathbb{E} \left\{ |\mathbf{g}^T \mathbf{w}|^2 \right\} = \mathbb{E} \left\{ |\mathbf{g}_{\text{LOS}}^T \mathbf{w}|^2 \right\} + \mathbb{E} \left\{ |\mathbf{g}_{\text{NLOS}}^T \mathbf{w}|^2 \right\}, \quad (\text{B.23})$$

其中有效信道定义为 $\mathbf{g}^T = \mathbf{h}_{\text{B2U}}^T + \mathbf{h}_{\text{I2U}}^T \mathbf{\Theta} \mathbf{H}_{\text{B2I}}$, 并可以被分解为 $\mathbf{g}_{\text{LOS}}^T + \mathbf{g}_{\text{NLOS}}^T$, 其中

$$\mathbf{g}_{\text{LOS}}^T = \sqrt{\frac{\alpha_{\text{I2U}} \alpha_{\text{B2I}} v_{\text{B2I}} v_{\text{I2U}}}{(v_{\text{B2I}} + 1)(v_{\text{I2U}} + 1)}} \mathbf{b}^T (\bar{\theta}_{x-\text{I2U}}, \bar{\theta}_{y-\text{I2U}}) \mathbf{\Theta} \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} + \sqrt{\frac{\alpha_{\text{B2U}} v_{\text{B2U}}}{v_{\text{B2U}} + 1}} \mathbf{a}^T (\bar{\theta}_{x-\text{B2U}}, \bar{\theta}_{y-\text{B2U}}), \quad (\text{B.24})$$

$$\mathbf{g}_{\text{NLOS}}^T = \sqrt{\frac{\alpha_{\text{B2I}} \alpha_{\text{I2U}}}{v_{\text{B2I}} + 1}} \mathbf{h}_{\text{I2U}}^T \mathbf{\Theta} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} + \sqrt{\frac{\alpha_{\text{B2I}} \alpha_{\text{I2U}} v_{\text{B2I}}}{(v_{\text{B2I}} + 1)(v_{\text{I2U}} + 1)}} \tilde{\mathbf{h}}_{\text{I2U}}^T \mathbf{\Theta} \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} + \sqrt{\frac{\alpha_{\text{B2U}}}{v_{\text{B2U}} + 1}} \tilde{\mathbf{h}}_{\text{B2U}}^T, \quad (\text{B.25})$$

其中 $\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \triangleq \mathbf{b} (\bar{\theta}_{x-\text{B2Ia}}, \bar{\theta}_{y-\text{B2Ia}}) \mathbf{a}^T (\bar{\theta}_{x-\text{B2I}}, \bar{\theta}_{y-\text{B2I}})$.

首先计算第二项:

$$\mathbb{E} \left\{ |\mathbf{g}_{\text{NLOS}}^T \mathbf{w}|^2 \right\} = \text{tr} (\mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbb{E} \{ \mathbf{g}_{\text{NLOS}}^* \mathbf{g}_{\text{NLOS}}^T \}) = \sigma_{\text{NLOS}}^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}, \quad (\text{B.26})$$

其中

$$\sigma_{\text{NLOS}}^2 = M \frac{\alpha_{\text{I2U}} \alpha_{\text{B2I}}}{v_{\text{B2I}} + 1} \left(1 + \frac{v_{\text{B2I}}}{v_{\text{I2U}} + 1} \right) + \frac{\alpha_{\text{B2U}}}{v_{\text{B2U}} + 1}. \quad (\text{B.27})$$

之后, 计算第一项

$$\mathbb{E} \left\{ |\mathbf{g}_{\text{LOS}}^T \mathbf{w}|^2 \right\} = T_1 + T_2 + 2\text{Re} (T_3), \quad (\text{B.28})$$

其中

$$T_1 = \mathbb{E} \left\{ \mathbf{b}^T (\bar{\theta}_{x-\text{I2U}}, \bar{\theta}_{y-\text{I2U}}) \phi_b \phi_b^H \mathbf{b}^* (\bar{\theta}_{x-\text{I2U}}, \bar{\theta}_{y-\text{I2U}}) \right\}, \quad (\text{B.29})$$

$$T_2 = \mathbb{E} \left\{ \mathbf{a}^T (\bar{\theta}_{x-\text{B2U}}, \bar{\theta}_{y-\text{B2U}}) \phi_a \phi_a^H \mathbf{a}^* (\bar{\theta}_{x-\text{B2U}}, \bar{\theta}_{y-\text{B2U}}) \right\}, \quad (\text{B.30})$$

$$T_3 = \mathbb{E} \left\{ \mathbf{a}^T (\bar{\theta}_{x-\text{B2U}}, \bar{\theta}_{y-\text{B2U}}) \phi_a \phi_b^H \mathbf{b}^* (\bar{\theta}_{x-\text{I2U}}, \bar{\theta}_{y-\text{I2U}}) \right\}, \quad (\text{B.31})$$

其中

$$\phi_a \triangleq \sqrt{\frac{v_{\text{B2U}} \alpha_{\text{B2U}}}{v_{\text{B2U}} + 1}} \mathbf{w}, \quad \phi_b \triangleq \sqrt{\frac{v_{\text{B2I}} \alpha_{\text{B2I}} \alpha_{\text{I2U}}}{v_{\text{B2I}} + 1}} \mathbf{\Theta} \bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} \mathbf{w}. \quad (\text{B.32})$$

1) 计算 T_1

$$T_1 = \text{tr} (\phi_b \phi_b^H \mathbf{B}) = \phi_b^H \mathbf{B} \phi_b, \quad (\text{B.33})$$

其中 $\mathbf{B} \triangleq \mathbb{E} \{ \mathbf{b}^* (\bar{\theta}_{x-12U}, \bar{\theta}_{y-12U}) \mathbf{b}^T (\bar{\theta}_{x-12U}, \bar{\theta}_{y-12U}) \}$, 其矩阵元素为

$$[\mathbf{B}]_{mn} = \mathbb{E} \{ \exp (j (i_{M,n} - i_{M,m}) \bar{\theta}_{x-12U} + j (j_{M,n} - j_{M,m}) \bar{\theta}_{y-12U}) \}. \quad (\text{B.34})$$

将(4.31)和(4.32)代入(B.34)得到

$$[\mathbf{B}]_{mn} = \left[\hat{\mathbf{B}} \right]_{mn} \mathbb{E} \{ \exp (j (i_{M,mn} \varphi_1 + j_{M,mn} \varphi_2) \epsilon_{x-2U} + j (i_{M,mn} \varphi_2 + j_{M,mn} \varphi_3) \epsilon_{y-2U}) \}, \quad (\text{B.35})$$

其中 $\hat{\mathbf{B}} \triangleq \mathbf{b}^* (\hat{\theta}_{x-12U}, \hat{\theta}_{y-12U}) \mathbf{b}^T (\hat{\theta}_{x-12U}, \hat{\theta}_{y-12U})$, $i_{M,mn} \triangleq (i_{M,n} - i_{M,m})$, $j_{M,mn} \triangleq (j_{M,n} - j_{M,m})$.

注意到 ϵ_{x-2U} and ϵ_{y-2U} 服从复高斯分布即 $\mathcal{CN}(0, \sigma_{\text{est}}^2)$, 计算(B.35)可得

$$[\mathbf{B}]_{mn} = \left[\hat{\mathbf{B}} \right]_{mn} \exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_{\text{est}}^2 \{ (i_{M,mn} \varphi_1 + j_{M,mn} \varphi_2)^2 + (i_{M,mn} \varphi_2 + j_{M,mn} \varphi_3)^2 \} \right). \quad (\text{B.36})$$

2) 计算 T_2

$$T_2 = \text{tr} (\boldsymbol{\phi}_a \boldsymbol{\phi}_a^H \mathbf{A}) = \boldsymbol{\phi}_a^H \mathbf{A} \boldsymbol{\phi}_a, \quad (\text{B.37})$$

其中 $\mathbf{A} \triangleq \mathbb{E} \{ \mathbf{a}^* (\bar{\theta}_{x-2U}, \bar{\theta}_{y-2U}) \mathbf{a}^T (\bar{\theta}_{x-2U}, \bar{\theta}_{y-2U}) \}$, 其矩阵元素为

$$[\mathbf{A}]_{mn} = \mathbb{E} \{ \exp (j i_{N,mn} \bar{\theta}_{x-2U} + j j_{N,mn} \bar{\theta}_{y-2U}) \}. \quad (\text{B.38})$$

利用定理4.2中的结论可得

$$[\mathbf{A}]_{mn} = \left[\hat{\mathbf{A}} \right]_{mn} \mathbb{E} \{ \exp (j i_{N,mn} \epsilon_{x-2U} + j j_{N,mn} \epsilon_{y-2U}) \}, \quad (\text{B.39})$$

其中 $\hat{\mathbf{A}} \triangleq \mathbf{a}^* (\hat{\theta}_{x-2U}, \hat{\theta}_{y-2U}) \mathbf{a}^T (\hat{\theta}_{x-2U}, \hat{\theta}_{y-2U})$.

因为 ϵ_{x-2U} 和 ϵ_{y-2U} 服从复高斯分布 $\mathcal{CN}(0, \sigma_{\text{est}}^2)$, 所以 $[\mathbf{A}]_{mn}$ 可以计算为

$$[\mathbf{A}]_{mn} = \left[\hat{\mathbf{A}} \right]_{mn} \exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_{\text{est}}^2 \{ i_{N,mn}^2 + j_{N,mn}^2 \} \right). \quad (\text{B.40})$$

3) 计算 T_3

$$T_3 = \mathbb{E} \{ \mathbf{a}^T \boldsymbol{\phi}_a \boldsymbol{\phi}_b^H \mathbf{b}^* \} = \text{tr} (\boldsymbol{\phi}_a \boldsymbol{\phi}_b^H \mathbf{C}) = \boldsymbol{\phi}_b^H \mathbf{C} \boldsymbol{\phi}_a, \quad (\text{B.41})$$

其中 $\mathbf{C} \triangleq \mathbb{E} \{ \mathbf{b}^* (\bar{\theta}_{x-12U}, \bar{\theta}_{y-12U}) \mathbf{a}^T (\bar{\theta}_{x-2U}, \bar{\theta}_{y-2U}) \}$, 其矩阵元素 $[\mathbf{C}]_{mn}$ 为

$$[\mathbf{C}]_{mn} = \mathbb{E} \{ \exp (j \{ i_{M,m} \bar{\theta}_{x-12U} + j_{M,m} \bar{\theta}_{y-12U} - i_{N,n} \bar{\theta}_{x-2U} - j_{N,n} \bar{\theta}_{y-2U} \}) \}. \quad (\text{B.42})$$

利用定理4.2可得

$$[\mathbf{C}]_{mn} = [\hat{\mathbf{C}}]_{mn} \quad (\text{B.43})$$

$$\times \mathbb{E} \left\{ \exp \left(j \left(i_{M,m} \varphi_1 + j_{M,m} \varphi_2 - i_{N,n} \right) \epsilon_{x\text{-B2U}} + j \left(i_{M,m} \varphi_2 + j_{M,m} \varphi_3 - j_{N,n} \right) \epsilon_{y\text{-B2U}} \right) \right\},$$

其中 $\hat{\mathbf{C}} \triangleq \mathbf{b}^* \left(\hat{\theta}_{x\text{-I2U}}, \hat{\theta}_{y\text{-I2U}} \right) \mathbf{a}^T \left(\hat{\theta}_{x\text{-B2U}}, \hat{\theta}_{y\text{-B2U}} \right)$ 。

注意到 $\epsilon_{x\text{-B2U}}$ 和 $\epsilon_{y\text{-B2U}}$ 服从复高斯分布 $\mathcal{CN}(0, \sigma_{\text{est}}^2)$ ，计算可得

$$[\mathbf{C}]_{mn} \quad (\text{B.44})$$

$$= [\hat{\mathbf{C}}]_{mn} \exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_{\text{est}}^2 \left\{ \left(i_{M,m} \varphi_1 + j_{M,m} \varphi_2 - i_{N,n} \right)^2 + \left(i_{M,m} \varphi_2 + j_{M,m} \varphi_3 - j_{N,n} \right)^2 \right\} \right).$$

结合1), 2) 和3)可得

$$\mathbb{E} \left\{ |\mathbf{g}_{\text{LOS}}^T \mathbf{w}|^2 \right\} = \phi_b^H \mathbf{B} \phi_b + \phi_a^H \mathbf{A} \phi_a + 2 \text{Re} \left(\phi_b^H \mathbf{C} \phi_a \right), \quad (\text{B.45})$$

结合(B.45) 和(B.26)，命题4.2 即可得证。

B.5 推论4.2的证明

重申最佳 \mathbf{w} 是 $\sqrt{P_{\text{BS}}} \mathbf{t}_{\text{max}}$ ， \mathbf{t}_{max} 是 \mathbf{T} 的最大特征值 λ_{max} 对应的特征向量。因此，平均接收信号功率为

$$P_r = P_{\text{BS}} \lambda_{\text{max}}. \quad (\text{B.46})$$

由于矩阵的迹是所有特征值的总和，因此以下等式成立

$$\text{tr}(\mathbf{T}) = \sum_{n=1}^N \lambda_{T,n}. \quad (\text{B.47})$$

由于信道稀疏，最大特征值 λ_{max} 在迹 $\text{tr}(\mathbf{T})$ 占较大比重，因此最大特征值可以近似为 $\lambda_{\text{max}} \approx \text{tr}(\mathbf{T})$ 。

可达速率近似为

$$R_{\text{approx}} = \log_2 \left(1 + \frac{P_{\text{BS}} \text{tr}(\mathbf{T})}{\sigma_0^2} \right). \quad (\text{B.48})$$

利用定理4.3，计算 $\text{tr}(\mathbf{T})$ 可得

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{T}) &= \beta_{\text{B2I2U}} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \xi_m^* \xi_n [\mathbf{B}]_{mn} \left(\sum_{i=1}^N [\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^*]_{mi} [\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}]_{ni} \right) \\ &\quad + 2 \sqrt{\beta_{\text{B2I2U}} \beta_{\text{B2U}}} \text{Re} \left\{ \sum_{m=1}^M \xi_m^* \left(\sum_{i=1}^N [\mathbf{C}]_{mi} [\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}}^*]_{mi} \right) \right\} + N \beta_{\text{B2U}} + N \sigma_{\text{NLOS}}^2. \end{aligned} \quad (\text{B.49})$$

注意到 $\bar{\mathbf{H}}_{\text{B2I}} = \mathbf{b} \left(\bar{\theta}_{x\text{-B2Ia}}, \bar{\theta}_{y\text{-B2Ia}} \right) \mathbf{a}^T \left(\bar{\theta}_{x\text{-B2I}}, \bar{\theta}_{y\text{-B2I}} \right)$ ，推论4.2即可得证。

附录 C 第六章相关证明

C.1 定理6.1的证明

命题6.1给出的等式(6.11) 可以表示为

$$\epsilon_{y-12U,mk} = a_{y-12U,mk} \Delta y_{U,k} + b_{y-12U,mk} \Delta z_{U,k} + c_{y-12U,mk} \Delta x_{U,k} \quad (\text{C.1})$$

其中 $a_{y-12U,mk} \triangleq \frac{\hat{\vartheta}_{y-12U,mk}^2 - 1}{\hat{d}_{12U,mk}}$, $b_{y-12U,mk} \triangleq \frac{\hat{\vartheta}_{y-12U,mk} \hat{\vartheta}_{z-12U,mk}}{\hat{d}_{12U,mk}}$, $c_{y-12U,mk} \triangleq \frac{\hat{\vartheta}_{y-12U,mk} \hat{\vartheta}_{x-12U,mk}}{\hat{d}_{12U,mk}}$ 。

角度误差 $\epsilon_{y-12U,mk}$ 的CDF为

$$\begin{aligned} F_{\epsilon_{y-12U,mk}}(x) &= P(\epsilon_{y-12U,mk} < x) \\ &= P(a_{y-12U,mk} \Delta y_{U,k} + b_{y-12U,mk} \Delta z_{U,k} + c_{y-12U,mk} \Delta x_{U,k} - x < 0). \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

重申 $(\Delta x_{U,k}, \Delta y_{U,k}, \Delta z_{U,k})$ 是均匀分布在半径为 Υ 球心为 $(0, 0, 0)$ 的随机变量, 那么从坐标原点 $(0, 0, 0)$ 到平面 $a_{y-12U,mk} \Delta y_{U,k} + b_{y-12U,mk} \Delta z_{U,k} + c_{y-12U,mk} \Delta x_{U,k} - x = 0$ 的距离为

$$d = \frac{|x|}{\sqrt{a_{y-12U,mk}^2 + b_{y-12U,mk}^2 + c_{y-12U,mk}^2}}. \quad (\text{C.3})$$

当 $-\Upsilon \sqrt{a_{y-12U,mk}^2 + b_{y-12U,mk}^2 + c_{y-12U,mk}^2} \leq x \leq 0$, 下式成立

$$\begin{aligned} F_{\epsilon_{y-12U,mk}}(x) &= 1 / \left(\frac{4\pi\Upsilon^3}{3} \right) \int_d^\Upsilon \pi (\Upsilon^2 - t^2) dt \\ &= 1 / \left(\frac{4\pi\Upsilon^3}{3} \right) \left(\frac{\pi}{3} d^3 - \pi\Upsilon^2 d + \frac{2\pi}{3} \Upsilon^3 \right). \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

当 $0 < x \leq \Upsilon \sqrt{a_{y-12U,mk}^2 + b_{y-12U,mk}^2 + c_{y-12U,mk}^2}$, 下式成立

$$\begin{aligned} F_{\epsilon_{y-12U,mk}}(x) &= 1 - 1 / \left(\frac{4\pi\Upsilon^3}{3} \right) \int_d^\Upsilon \pi (\Upsilon^2 - t^2) dt \\ &= 1 - 1 / \left(\frac{4\pi\Upsilon^3}{3} \right) \left(\frac{\pi}{3} d^3 - \pi\Upsilon^2 d + \frac{2\pi}{3} \Upsilon^3 \right). \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

将(C.3) 代入(C.4)和(C.5)得到

$$F_{\epsilon_{y-12U},mk}(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4\Upsilon^3} (a_{y-12U,mk}^2 + b_{y-12U,mk}^2 + c_{y-12U,mk}^2)^{-3/2} x^3 + \frac{3}{4\Upsilon} (a_{y-12U,mk}^2 + b_{y-12U,mk}^2 + c_{y-12U,mk}^2)^{-1/2} x, \quad (\text{C.6})$$

其中 $|x| \leq \Upsilon \sqrt{a_{y-12U,mk}^2 + b_{y-12U,mk}^2 + c_{y-12U,mk}^2}$

定义

$$\Phi_{y-12U,mk} \triangleq \sqrt{\left(\hat{\vartheta}_{y-12U,mk}^2 - 1\right)^2 + \hat{\vartheta}_{y-12U,mk}^2 \hat{\vartheta}_{z-12U,mk}^2 + \hat{\vartheta}_{y-12U,mk}^2 \hat{\vartheta}_{x-12U,mk}^2}. \quad (\text{C.7})$$

那么相应的PDF为

$$f_{\epsilon_{y-12U},mk}(x) = \frac{\partial F_{\epsilon_{y-12U},mk}(x)}{\partial x} = -\frac{3\hat{d}_{12U,mk}^3}{4\Upsilon^3} \Phi_{y-12U,mk}^{-3} x^2 + \frac{3\hat{d}_{12U,mk}}{4\Upsilon} \Phi_{y-12U,mk}^{-1},$$

其中 $|x| \leq \frac{\Upsilon}{\hat{d}_{12U,mk}} \Phi_{y-12U,mk}$

根据上述PDF, 可以很容易地得到 $\epsilon_{y-12U,mk}$ 的均值和方差。

C.2 定理6.2的证明

C.2.1 计算 A_k

重申 $\mathbf{w}_k = \sqrt{\frac{\eta_k \rho_d}{N}} \mathbf{a}_{B21,k}^*$, 计算

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_k\} &= \sqrt{\frac{\eta_k \rho_d}{N}} \mathbb{E}\{\mathbf{g}_k^T \mathbf{a}_{B21,k}^*\} \\ &= \sqrt{\frac{\eta_k \rho_d}{N}} \mathbb{E}\{\mathbf{g}_{12U,kk}^T \Theta_k \mathbf{G}_{B21,k} \mathbf{a}_{B21,k}^*\} + \sqrt{\frac{\eta_k \rho_d}{N}} \sum_{m \neq k}^K \mathbb{E}\{\mathbf{g}_{12U,mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{B21,m} \mathbf{a}_{B21,k}^*\}. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

首先计算 $\mathbb{E}\{\mathbf{g}_{12U,mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{B21,m} \mathbf{a}_{B21,k}^*\}$, $m \neq k$:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\mathbf{g}_{12U,mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{B21,m} \mathbf{a}_{B21,k}^*\} &= \sqrt{\beta_{B212U,mk}} \mathbb{E}\{\bar{\mathbf{g}}_{12U,mk}^T \Theta_m \mathbf{b}_{B21,m}\} \mathbf{a}_{B21,m}^T \mathbf{a}_{B21,k}^* \\ &= \mathbf{a}_{B21,m}^T \mathbf{a}_{B21,k}^* \sqrt{\beta_{B212U,mk}} \mathbb{E}\{\boldsymbol{\xi}_m^T (\bar{\mathbf{g}}_{12U,mk} \odot \mathbf{b}_{B21,m})\} \\ &= \mathbf{a}_{B21,m}^T \mathbf{a}_{B21,k}^* \sqrt{\beta_{B212U,mk}} \sum_{s=1}^M \mathbb{E}\{\varrho_{12U,mk,s}\} [\hat{\mathbf{g}}_{12U,mk}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{12U,mm}]_s^*. \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

其中 $\varrho_{12U,mk,s} = e^{j\pi(s-1)\epsilon_{y-12U,mk}}$ 。

令 $\zeta_{y-12U, mk, s} \triangleq \mathbb{E} \{ \varrho_{12U, mk, s} \}$ 。利用定理6.1中的结论可得

$$\begin{aligned} \zeta_{y-12U, mk, s} &= \int \frac{\Upsilon_{\Phi_{y-12U, mk}}}{\hat{d}_{12U, mk}} \left(-\frac{3\hat{d}_{12U, mk}^3}{4\Upsilon^3} \Phi_{y-12U, mk}^{-3} x^2 + \frac{3\hat{d}_{12U, mk}}{4\Upsilon} \Phi_{y-12U, mk}^{-1} \right) e^{j\pi(s-1)x} dx \quad (\text{C.10}) \\ &= \begin{cases} \frac{3}{\varpi_{y-12U, mk, s}^2} \left(\frac{\sin \varpi_{y-12U, mk, s}}{\varpi_{y-12U, mk, s}} - \cos \varpi_{y-12U, mk, s} \right) & s \neq 1 \\ 1 & s = 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

因此，可以得到

$$\begin{aligned} &\mathbb{E} \{ \mathbf{g}_{12U, mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{B2I, m} \mathbf{a}_{B2I, k}^* \} \quad (\text{C.11}) \\ &= \mathbf{a}_{B2I, m}^T \mathbf{a}_{B2I, k}^* \sqrt{\beta_{B2I2U, mk}} \sum_{s=1}^M \zeta_{y-12U, mk, s} [\hat{\mathbf{g}}_{12U, mk}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{12U, mm}]_s^*. \end{aligned}$$

计算上述等式的第一项

$$\begin{aligned} &\mathbb{E} \{ \mathbf{g}_{12U, kk}^T \Theta_k \mathbf{G}_{B2I, k} \mathbf{a}_{B2I, k}^* \} = N \sqrt{\beta_{B2I2U, kk}} \mathbb{E} \{ \bar{\mathbf{g}}_{12U, kk}^T \Theta_k \mathbf{b}_{B2I, k} \} \quad (\text{C.12}) \\ &= N \sqrt{\beta_{B2I2U, kk}} \mathbb{E} \{ \boldsymbol{\xi}^T (\bar{\mathbf{g}}_{12U, kk} \odot \mathbf{b}_{B2I, k}) \}, \end{aligned}$$

其中 $\beta_{B2I2U, mk} \triangleq \frac{\alpha_{B2I, m} \nu_{B2I, m} \alpha_{12U, mk} \nu_{12U, mk}}{(\nu_{B2I, m} + 1)(\nu_{12U, mk} + 1)}$ 。

重申 $\boldsymbol{\xi}_k = (\hat{\mathbf{g}}_{12U, kk} \odot \mathbf{b}_{B2I, k})^*$ ，那么上述等式可以计算为

$$\mathbb{E} \{ \mathbf{g}_{12U, kk}^T \Theta_k \mathbf{G}_{B2I, k} \mathbf{a}_{B2I, k}^* \} = N \sqrt{\beta_{B2I2U, kk}} \sum_{s=1}^M \mathbb{E} \{ \varrho_{12U, kk, s} \}. \quad (\text{C.13})$$

因此，可以得到

$$\mathbb{E} \{ \mathbf{g}_{12U, kk}^T \Theta_k \mathbf{G}_{B2I, k} \mathbf{a}_{B2I, k}^* \} = N \sqrt{\beta_{B2I2U, kk}} \sum_{s=1}^M \zeta_{y-12U, kk, s}. \quad (\text{C.14})$$

结合 (C.11) 和 (C.14) 可得

$$A_k = \frac{\eta_k \rho d}{N} \left| \sum_{m=1}^K \sum_{s=1}^M \sqrt{\beta_{B2I2U, mk}} \mathbf{a}_{B2I, m}^T \mathbf{a}_{B2I, k}^* \zeta_{y-12U, mk, s} [\hat{\mathbf{g}}_{12U, mk}]_s [\hat{\mathbf{g}}_{12U, mm}]_s^* \right|^2. \quad (\text{C.15})$$

C.2.2 计算 $C_{k, i}$

将 $C_{k, i}$ 重新表示为

$$\begin{aligned} C_{k, i} &= \mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_i \right|^2 \right\} \quad (\text{C.16}) \\ &= \frac{\eta_i \rho d}{N} \sum_{m=1}^K \sum_{n=1}^K \mathbb{E} \left\{ \mathbf{g}_{12U, mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{B2I, m} \mathbf{a}_{B2I, i}^* \mathbf{a}_{B2I, i}^T \mathbf{G}_{B2I, n}^H \Theta_n^H \mathbf{g}_{12U, nk}^* \right\}. \end{aligned}$$

1) 当 $m = n$, 下式成立

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E} \left\{ \mathbf{g}_{12U,mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{B2I,m} \mathbf{a}_{B2I,i}^* \mathbf{a}_{B2I,i}^T \mathbf{G}_{B2I,n}^H \Theta_n^H \mathbf{g}_{12U,nk}^* \right\} \\
 &= \mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{g}_{12U,mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{B2I,m} \mathbf{a}_{B2I,i} \right|^2 \right\} \\
 &= M \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{12U,mk}} \left| \mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i}^* \right|^2 + MN \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m} v_{12U,mk}} + MN \frac{\beta_{B2I2U,mk}}{v_{B2I,m}} \\
 &+ \beta_{B2I2U,mk} \mathbb{E} \left\{ \left| \bar{\mathbf{g}}_{12U,mk}^T \Theta_m \bar{\mathbf{G}}_{B2I,m} \mathbf{a}_{B2I,i}^* \right|^2 \right\}.
 \end{aligned} \tag{C.17}$$

接下来计算

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E} \left\{ \left| \bar{\mathbf{g}}_{12U,mk}^T \Theta_m \bar{\mathbf{G}}_{B2I,m} \mathbf{a}_{B2I,i}^* \right|^2 \right\} \\
 &= \left| \mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i}^* \right|^2 \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \mathbb{E} \left\{ \varrho_{12U,mk,sl} \right\} \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mk} \right]_s \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mm} \right]_s^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mk} \right]_l^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mm} \right]_l,
 \end{aligned} \tag{C.18}$$

其中 $\varrho_{12U,mk,sl} \triangleq e^{j\pi(s-l)\epsilon_{y-12U,mk}}$ 。

采用和 $\mathbb{E} \left\{ \varrho_{12U,mk,s} \right\}$ 的推导类似的方法, 得到

$$\zeta_{y-12U,mk,sl} \triangleq \mathbb{E} \left\{ \varrho_{12U,mk,sl} \right\} = \begin{cases} \frac{3}{\varpi_{y-12U,mk,sl}^2} \left(\frac{\sin \varpi_{y-12U,mk,sl}}{\varpi_{y-12U,mk,sl}} - \cos \varpi_{y-12U,mk,sl} \right) & s \neq l \\ 1 & s = l \end{cases}. \tag{C.19}$$

最终, 推到得到

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E} \left\{ \left| \bar{\mathbf{g}}_{12U,mk}^T \Theta_m \bar{\mathbf{G}}_{B2I,m} \mathbf{a}_{B2I,i}^* \right|^2 \right\} \\
 &= \left| \mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i}^* \right|^2 \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \zeta_{y-12U,mk,sl} \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mk} \right]_s \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mm} \right]_s^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mk} \right]_l^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mm} \right]_l.
 \end{aligned} \tag{C.20}$$

2) 当 $m \neq n$, 下式成立

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E} \left\{ \mathbf{g}_{12U,mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{B2I,m} \mathbf{a}_{B2I,i}^* \mathbf{a}_{B2I,i}^T \mathbf{G}_{B2I,n}^H \Theta_n^H \mathbf{g}_{12U,nk}^* \right\} \\
 &= \mathbb{E} \left\{ \mathbf{g}_{12U,mk}^T \Theta_m \mathbf{G}_{B2I,m} \mathbf{a}_{B2I,i} \right\} \mathbb{E} \left\{ \mathbf{a}_{B2I,i}^H \mathbf{G}_{B2I,n}^H \Theta_n^H \mathbf{g}_{12U,nk}^* \right\}. \\
 &= \mathbf{a}_{B2I,m}^T \mathbf{a}_{B2I,i}^* \sqrt{\beta_{B2I2U,mk}} \mathbf{a}_{B2I,n}^H \mathbf{a}_{B2I,i} \sqrt{\beta_{B2I2U,nk}} \\
 &\times \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \mathbb{E} \left\{ \varrho_{12U,mk,s} \varrho_{12U,nk,l}^* \right\} \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mk} \right]_s \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,mm} \right]_s^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,nk} \right]_l^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{12U,nn} \right]_l,
 \end{aligned} \tag{C.21}$$

其中 $\mathbb{E} \left\{ \varrho_{12U,mk,s} \varrho_{12U,nk,l}^* \right\} = \zeta_{y-12U,mk,nk,sl}$ 由引理6.1 给出。

结合1)和2)可得

$$\begin{aligned}
 C_{k,i} &= \frac{\eta_i \rho d}{N} \sum_{m=1}^K \left(M \frac{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}}{v_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}} \left| \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m}^T \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},i}^* \right|^2 + MN \frac{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}}{v_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m} v_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}} + MN \frac{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}}{v_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m}} \right) \quad (\text{C.22}) \\
 &+ \frac{\eta_i \rho d}{N} \sum_{m=1}^K \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \left| \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m}^T \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},i}^* \right|^2 \zeta_{y-\mathbf{I}2\mathbf{U},mk,sl} \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk} \right]_s \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mm} \right]_s^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk} \right]_l \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mm} \right]_l \\
 &+ \frac{\eta_i \rho d}{N} \sum_{m=1}^K \sum_{n \neq m}^K \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m}^T \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},i}^* \sqrt{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}} \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},n}^H \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},i} \sqrt{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},nk}} \\
 &\times \zeta_{y-\mathbf{I}2\mathbf{U},mk,nk,sl} \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk} \right]_s \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mm} \right]_s^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},nk} \right]_l \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},nn} \right]_l.
 \end{aligned}$$

C.2.3 计算 B_k

将 B_k 重新表示为

$$B_k = \mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_k \right|^2 \right\} - A_k. \quad (\text{C.23})$$

采用和 $C_{k,i}$ 的推导类似的方法, 得到

$$\begin{aligned}
 &\mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{g}_k^T \mathbf{w}_k \right|^2 \right\} \quad (\text{C.24}) \\
 &= \frac{\eta_k \rho d}{N} \sum_{m=1}^K \left(M \frac{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}}{v_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}} \left| \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m}^T \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},k}^* \right|^2 + MN \frac{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}}{v_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m} v_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}} + MN \frac{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}}{v_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m}} \right) \\
 &+ \frac{\eta_k \rho d}{N} \sum_{m=1}^K \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \left| \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m}^T \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},k}^* \right|^2 \zeta_{y-\mathbf{I}2\mathbf{U},mk,sl} \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk} \right]_s \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mm} \right]_s^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk} \right]_l \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mm} \right]_l \\
 &+ \frac{\eta_k \rho d}{N} \sum_{m=1}^K \sum_{n \neq m}^K \sum_{s=1}^M \sum_{l=1}^M \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},m}^T \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},k}^* \sqrt{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},mk}} \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},n}^H \mathbf{a}_{\mathbf{B}2\mathbf{I},k} \sqrt{\beta_{\mathbf{B}2\mathbf{I}2\mathbf{U},nk}} \\
 &\times \zeta_{y-\mathbf{I}2\mathbf{U},mk,nk,sl} \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mk} \right]_s \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},mm} \right]_s^* \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},nk} \right]_l \left[\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{I}2\mathbf{U},nn} \right]_l.
 \end{aligned}$$

计算得到 $B_k = C_{k,k} - A_k$ 。

最后, 结合C.2.1, C.2.2 和C.2.3, 定理6.1即可得证。

附录 D 第七章相关证明

D.1 命题7.2证明

首先计算 $\bar{\mathbf{h}}_k$ 的第 n 个元素

$$\bar{h}_{k,n} = \mathbf{c}_n^T \mathbf{h}_{k,n} = \sum_{l=1}^L c_n^l h_{k,n}^l. \quad (\text{D.1})$$

由于假设大量的反射元和有限数量的RF链路，因此 $L = \frac{N}{N_{\text{RF}}}$ 数值较大。根据中心极限定理， $\bar{h}_{k,n}$ 近似服从正态分布 $\mathcal{CN}(Lu_0, L\delta_0^2)$ ，其中 u_0 和 δ_0^2 分别表示 $c_n^l h_{k,n}^l$ 的均值和方差。

接下来，分别推导 u_0 和 δ_0^2 。

(1) 计算 u_0

将由有限相移数量 M_{ph} 所引起的相移误差表示为 $\Delta\theta$ ，那么

$$u_0 = \mathbb{E}\{c_n^l h_{k,n}^l\} \stackrel{(a)}{=} \mathbb{E}\{e^{j\Delta\theta}\} \mathbb{E}\{c_{\text{opt},n}^l h_{k,n}^l\}, \quad (\text{D.2})$$

其中(a)是根据 $c_n^l = e^{j\Delta\theta} c_{\text{opt},n}^l$ 所得。

计算 $\mathbb{E}\{e^{j\Delta\theta}\}$

$$\mathbb{E}\{e^{j\Delta\theta}\} \stackrel{(a)}{=} \int_{-\frac{\pi}{M_{\text{ph}}}}^{\frac{\pi}{M_{\text{ph}}}} e^{j\Delta\theta} \frac{M_{\text{ph}}}{2\pi} d\Delta\theta = \frac{M_{\text{ph}}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{M_{\text{ph}}}\right), \quad (\text{D.3})$$

其中(a)是根据 $\Delta\theta \in (-\frac{\pi}{M_{\text{ph}}}, \frac{\pi}{M_{\text{ph}}})$ 是均匀分布这一事实所得。

然后根据命题7.1给出的结果，将 $\mathbb{E}\{c_{\text{opt},n}^l h_{k,n}^l\}$ 表示为

$$\mathbb{E}\{c_{\text{opt},n}^l h_{k,n}^l\} = \beta \mathbb{E}\left\{\frac{h_{\text{sum},n}^{l*}}{|h_{\text{sum},n}^l|} h_{k,n}^l\right\}. \quad (\text{D.4})$$

重申 $h_{\text{sum},n}^l = \sum_{k=1}^K h_{k,n}^l$ ，以下等式成立

$$\sum_{k=1}^K \mathbb{E}\{c_{\text{opt},n}^l h_{k,n}^l\} = \beta \mathbb{E}\{|h_{\text{sum},n}^l|\}. \quad (\text{D.5})$$

注意到 $|h_{\text{sum},n}^l|$ 服从瑞利分布而且 $h_{\text{sum},n}^l$ 的方差是 K ，可得

$$\sum_{k=1}^K \mathbb{E}\{c_{\text{opt},n}^l h_{k,n}^l\} = \frac{\beta\sqrt{\pi K}}{2}. \quad (\text{D.6})$$

由于对任意 (k_1, k_2) ， $\mathbb{E}\{c_{\text{opt},n}^l h_{k_1,n}^l\} = \mathbb{E}\{c_{\text{opt},n}^l h_{k_2,n}^l\}$ 均成立，所以

$$\mathbb{E}\{c_{\text{opt},n}^l h_{k,n}^l\} = \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{\pi}{K}}. \quad (\text{D.7})$$

将(D.3)和(D.7)带入(D.2)得到

$$u_0 = \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{\pi}{K}} \frac{M_{\text{ph}}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{M_{\text{ph}}}\right). \quad (\text{D.8})$$

(2) 计算 δ_0^2

重申 $|c_{\text{opt},n}^l| = \beta$ ，以下等式成立

$$\mathbb{E}\{|c_{\text{opt},n}^l h_{k,n}^l|^2\} = \beta^2 \mathbb{E}\{|h_{k,n}^l|^2\} = \beta^2. \quad (\text{D.9})$$

根据上述等式，计算

$$\begin{aligned} \delta_0^2 &= \mathbb{E}\{|c_{\text{opt},n}^l h_{k,n}^l|^2\} - u_0^2 \\ &= \beta^2 \left\{ 1 - \frac{\pi}{4K} \left\{ \frac{M_{\text{ph}}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{M_{\text{ph}}}\right) \right\}^2 \right\}. \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

注意到 $u = Lu_0$ 和 $\delta^2 = L\delta_0^2$ ，即可完成命题7.2的证明。

D.2 命题7.3的证明

利用MMSE的性质可得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{g}}_k &= \mathbb{E}\{\bar{\mathbf{g}}_{p,k}\} \\ &+ \text{cov}(\mathbf{y}_{p,k}, \bar{\mathbf{g}}_k) \{\text{cov}(\mathbf{y}_{p,k}, \mathbf{y}_{p,k})\}^{-1} \{\mathbf{y}_{p,k} - E\{\mathbf{y}_{p,k}\}\}, \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

其中

$$\mathbb{E}\{\bar{\mathbf{g}}_{p,k}\} = \sqrt{\alpha_k} u \mathbf{1}_{N_{\text{RF}} \times 1}, \quad \mathbb{E}\{\mathbf{y}_{p,k}\} = \sqrt{\tau_p \rho_p \alpha_k} u \mathbf{1}_{N_{\text{RF}} \times 1}$$

其中 $\mathbf{1}_{N_{\text{RF}} \times 1}$ 表示元素均为1的 $N_{\text{RF}} \times 1$ 的向量。

首先计算 $\mathbf{y}_{p,k}$ 和 $\bar{\mathbf{g}}_k$ 的协方差矩阵, 即 $\text{cov}(\mathbf{y}_{p,k}, \bar{\mathbf{g}}_k)$ 。利用(7.15)和(D.2)可得

$$\begin{aligned}\text{cov}(\mathbf{y}_{p,k}, \bar{\mathbf{g}}_k) &= \mathbb{E} \left\{ \left\{ \bar{\mathbf{g}}_{p,k} - \mathbb{E} \{ \bar{\mathbf{g}}_{p,k} \} \right\} \left\{ \mathbf{y}_{p,k} - \mathbb{E} \{ \mathbf{y}_{p,k} \} \right\}^H \right\} \\ &= \mathbb{E} \left\{ \sqrt{\alpha_k} \delta \bar{\mathbf{g}}_k \left(\sqrt{\tau_p \rho_p \alpha_k} \delta \bar{\mathbf{g}}_k + \mathbf{n}_{p,k} \right)^H \right\} \\ &= \alpha_k \sqrt{\tau_p \rho_p} \delta^2 \mathbf{I}_{N_{\text{RF}}}.\end{aligned}\quad (\text{D.12})$$

之后计算 $\text{cov}(\mathbf{y}_{p,k}, \mathbf{y}_{p,k})$

$$\begin{aligned}\text{cov}(\mathbf{y}_{p,k}, \mathbf{y}_{p,k}) &= \mathbb{E} \left\{ \left(\mathbf{y}_{p,k} - \mathbb{E} \{ \mathbf{y}_{p,k} \} \right) \left(\mathbf{y}_{p,k} - \mathbb{E} \{ \mathbf{y}_{p,k} \} \right)^H \right\} \\ &= \left(1 + \tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2 \right) \mathbf{I}_{N_{\text{RF}}}.\end{aligned}\quad (\text{D.13})$$

将(D.12)和(D.13) 带入(D.11)得到

$$\hat{\mathbf{g}}_k = \sqrt{\alpha_k} u \mathbf{1}_{N_{\text{RF}}} + \frac{\alpha_k \delta^2 \sqrt{\tau_p \rho_p}}{\tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2 + 1} \left\{ \mathbf{y}_{p,k} - \sqrt{\alpha_k \tau_p \rho_p} u \mathbf{1}_{N_{\text{RF}}} \right\}.\quad (\text{D.14})$$

根据上述等式, 计算 $\hat{\mathbf{g}}_k$ 的协方差矩阵

$$\begin{aligned}\text{cov}(\hat{\mathbf{g}}_{p,k}, \hat{\mathbf{g}}_{p,k}) &= \mathbb{E} \left\{ \left(\hat{\mathbf{g}}_{p,k} - \mathbb{E} \{ \hat{\mathbf{g}}_{p,k} \} \right) \left(\hat{\mathbf{g}}_{p,k} - \mathbb{E} \{ \hat{\mathbf{g}}_{p,k} \} \right)^H \right\} \\ &= \frac{\tau_p \rho_p \alpha_k^2 \delta^4}{1 + \tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2} \mathbf{I}_{N_{\text{RF}}}.\end{aligned}\quad (\text{D.15})$$

注意到 $\text{cov}(\bar{\mathbf{g}}_{p,k}, \bar{\mathbf{g}}_{p,k}) = \text{cov}(\hat{\mathbf{g}}_{p,k}, \hat{\mathbf{g}}_{p,k}) + \text{cov}(\mathbf{e}_k, \mathbf{e}_k)$, 可得

$$\text{cov}(\mathbf{e}_k, \mathbf{e}_k) = \frac{\alpha_k \delta^2}{1 + \tau_p \rho_p \alpha_k \delta^2} \mathbf{I}_{N_{\text{RF}}}.\quad (\text{D.16})$$

D.3 定理7.1的证明

接下来, 将分别计算 A_k 和 B_k 。

1) 计算 A_k

$$\begin{aligned}A_k &= \sqrt{\rho} \mathbb{E} \left\{ \left(\hat{\mathbf{g}}_k^T + \mathbf{e}_k^T \right) \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right\} \\ &\stackrel{(a)}{=} \sqrt{\rho} \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right\} \\ &= \sqrt{\rho} N_{\text{RF}} \left\{ \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} u_{p,k} u_{p,i} + \sqrt{\frac{\eta_k}{u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2}} \delta_{p,k}^2 \right\},\end{aligned}\quad (\text{D.17})$$

其中(a)是根据 $\mathbb{E} \{ \mathbf{e}_k^T \} = \mathbf{0}$ 所得。

2) 计算 B_k

首先计算

$$\mathbb{E} \left\{ \left| \left(\hat{\mathbf{g}}_k^T + \mathbf{e}_k^T \right) \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right|^2 \right\} = B_k^{(1)} + B_k^{(2)}, \quad (\text{D.18})$$

其中

$$B_k^{(1)} = \mathbb{E} \left\{ \left| \hat{\mathbf{g}}_k^T \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right|^2 \right\}, \quad (\text{D.19})$$

$$B_k^{(2)} = \mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{e}_k^T \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right|^2 \right\}. \quad (\text{D.20})$$

从第一项开始计算

$$B_k^{(1)} = \sum_{m=1}^K \sum_{n=1}^K \sqrt{\frac{\eta_m \eta_n}{(u_{p,m}^2 + \delta_{p,m}^2)(u_{p,n}^2 + \delta_{p,n}^2)}} \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_m^* \hat{\mathbf{g}}_n^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\}.$$

接下来，计算 $\mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_m^* \hat{\mathbf{g}}_n^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\}$ 。

a) 当 $m \neq n \neq k$ ，计算

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_m^* \hat{\mathbf{g}}_n^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\} &= \text{tr} \left(\mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_m^* \right\} \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_n^T \right\} \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^* \hat{\mathbf{g}}_k^T \right\} \right) \\ &= N_{\text{RF}}^2 u_{p,m} u_{p,n} u_{p,k}^2 + N_{\text{RF}} u_{p,m} u_{p,n} \delta_{p,k}^2. \end{aligned} \quad (\text{D.21})$$

b) 当 $m \neq n = k$ ，计算

$$\mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_m^* \hat{\mathbf{g}}_n^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\} = \text{tr} \left(\mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_m^* \right\} \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \hat{\mathbf{g}}_k^T \right\} \right). \quad (\text{D.22})$$

将 $\hat{\mathbf{g}}_k$ 分解为 $\mathbf{u}_{p,k} = u_{p,k} \mathbf{1}_{N_{\text{RF}}}^T$ 和 $\hat{\mathbf{g}}_{v,k} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \delta_{p,k}^2 \mathbf{I}_{N_{\text{RF}}})$ 得到

$$\begin{aligned} &\mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_m^* \hat{\mathbf{g}}_n^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\} \\ &= \text{tr} \left(\mathbf{u}_{p,m}^* \mathbb{E} \left\{ \mathbf{u}_{p,k}^T \mathbf{u}_{p,k} \mathbf{u}_{p,k}^T + \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^T \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^* \mathbf{u}_{p,k}^T + \mathbf{u}_{p,k}^T \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^* \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^T \right\} \right) \\ &= N_{\text{RF}}^2 u_{p,m} u_{p,k}^3 + N_{\text{RF}}^2 u_{p,m} u_{p,k} \delta_{p,k}^2 + N_{\text{RF}} u_{p,m} u_{p,k} \delta_{p,k}^2. \end{aligned} \quad (\text{D.23})$$

c) 当 $n \neq m = k$ ，计算

$$\begin{aligned} &\mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_m^* \hat{\mathbf{g}}_n^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\} = \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_n^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\} \\ &= \text{tr} \left(\mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_n^T \right\} \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^* \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\} \right) \\ &= \text{tr} \left(\mathbb{E} \left\{ \mathbf{u}_{p,k}^T \mathbf{u}_{p,k} \mathbf{u}_{p,k}^T + \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^T \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^* \mathbf{u}_{p,k}^T + \mathbf{u}_{p,k}^T \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^* \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^T \right\} \mathbf{u}_{p,n}^* \right)^H \\ &= N_{\text{RF}}^2 u_{p,n} u_{p,k}^3 + N_{\text{RF}}^2 u_{p,n} u_{p,k} \delta_{p,k}^2 + N_{\text{RF}} u_{p,n} u_{p,k} \delta_{p,k}^2. \end{aligned} \quad (\text{D.24})$$

d) 当 $m = n \neq k$, 计算

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_m^* \hat{\mathbf{g}}_n^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\} &= \text{tr} \left(\mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_m^* \hat{\mathbf{g}}_m^T \right\} \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^* \hat{\mathbf{g}}_k^T \right\} \right) \\
 &= \text{tr} \left(\left\{ \mathbf{u}_{p,m}^* \mathbf{u}_{p,m}^T + \delta_{p,m}^2 \mathbf{I}_{N_{\text{RF}}} \right\} \left\{ \mathbf{u}_{p,k}^* \mathbf{u}_{p,k}^T + \delta_{p,k}^2 \mathbf{I}_{N_{\text{RF}}} \right\} \right) \\
 &= u_{p,m}^2 u_{p,k}^2 N_{\text{RF}}^2 + u_{p,m}^2 \delta_{p,k}^2 N_{\text{RF}} + \delta_{p,m}^2 u_{p,k}^2 N_{\text{RF}} + \delta_{p,m}^2 \delta_{p,k}^2 N_{\text{RF}}.
 \end{aligned} \tag{D.25}$$

e) 当 $m = n = k$, 计算

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_m^* \hat{\mathbf{g}}_n^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\} &= \mathbb{E} \left\{ \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \hat{\mathbf{g}}_k^T \hat{\mathbf{g}}_k^* \right\} \\
 &= \mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{u}_{p,k}^T \mathbf{u}_{p,k}^* + \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^T \mathbf{u}_{p,k}^* + \mathbf{u}_{p,k}^T \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^* + \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^T \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^* \right|^2 \right\} \\
 &= \mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{u}_{p,k}^T \mathbf{u}_{p,k}^* \right|^2 + \left| \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^T \mathbf{u}_{p,k}^* \right|^2 + \left| \mathbf{u}_{p,k}^T \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^* \right|^2 \right\} \\
 &\quad + \mathbb{E} \left\{ \left| \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^T \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^* \right|^2 + 2 \mathbf{u}_{p,k}^T \mathbf{u}_{p,k}^* \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^T \hat{\mathbf{g}}_{v,k}^* \right\} \\
 &= N_{\text{RF}}^2 u_{p,k}^4 + 2 N_{\text{RF}} u_{p,k}^2 \delta_{p,k}^2 + (N_{\text{RF}}^2 + N_{\text{RF}}) \delta_{p,k}^4 + 2 N_{\text{RF}} u_{p,k}^2 \delta_{p,k}^2 \\
 &= N_{\text{RF}}^2 u_{p,k}^4 + 4 N_{\text{RF}} u_{p,k}^2 \delta_{p,k}^2 + (N_{\text{RF}}^2 + N_{\text{RF}}) \delta_{p,k}^4.
 \end{aligned} \tag{D.26}$$

结合 a)、b)、c)、d) 以及 e) 可得

$$\begin{aligned}
 B_k^{(1)} &= N_{\text{RF}}^2 \left\{ \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} u_{p,k} u_{p,i} + \sqrt{\frac{\eta_k}{u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2}} \delta_{p,k}^2 \right\}^2 \\
 &\quad + N_{\text{RF}} (u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2) \sum_{i=1}^K \frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2} \delta_{p,i}^2 \\
 &\quad + N_{\text{RF}} \delta_{p,k}^2 \left\{ \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} u_{p,i} \right\}^2.
 \end{aligned} \tag{D.27}$$

之后, 计算 $B_k^{(2)}$

$$\begin{aligned}
 B_k^{(2)} &= \mathbb{E} \left\{ \left| \mathbf{e}_k^T \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \hat{\mathbf{g}}_i^* \right|^2 \right\} \\
 &= \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i \eta_j}{(u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2)(u_{p,j}^2 + \delta_{p,j}^2)}} \mathbb{E} \left\{ \mathbf{e}_k^T \hat{\mathbf{g}}_i^* \hat{\mathbf{g}}_j^T \mathbf{e}_k^* \right\} \\
 &= N_{\text{RF}} \delta_{e,k}^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i u_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \right)^2 + N_{\text{RF}} \delta_{e,k}^2 \sum_{i=1}^K \frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2} \delta_{p,i}^2.
 \end{aligned} \tag{D.28}$$

注意到 $B_k = \rho (B_k^{(1)} + B_k^{(2)}) - |A_k|^2$ 可得

$$\begin{aligned}
 B_k &= N_{\text{RF}} \rho \delta_{p,k}^2 \left\{ \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} u_{p,i} \right\}^2 \\
 &\quad + N_{\text{RF}} \rho (u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2) \sum_{i=1}^K \frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2} \delta_{p,i}^2 + N_{\text{RF}} \rho \delta_{e,k}^2 \\
 &\quad \times \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} u_{p,i} \right)^2 + N_{\text{RF}} \rho \delta_{e,k}^2 \sum_{i=1}^K \frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2} \delta_{p,i}^2.
 \end{aligned} \tag{D.29}$$

重申 $u_{p,k}^2 = \alpha_k u^2$ 以及 $\delta_{p,k}^2 + \delta_{e,k}^2 = \alpha_k \delta^2$, 上述等式计算为

$$B_k = \alpha_k \rho \delta^2 N_{\text{RF}} \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i u_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \right)^2 + \alpha_k \rho (u^2 + \delta^2) N_{\text{RF}} \sum_{i=1}^K \frac{\eta_i \delta_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}. \tag{D.30}$$

结合1)和2), 定理7.1即可得证。

D.4 定理7.2的证明

随着 $\rho_p \rightarrow \infty$, $u_{p,i} = \sqrt{\alpha_i} u$ 以及 $\delta_{p,i}^2 = \alpha_i \delta^2$ 。

根据上述等式, 第 k 个用户的可达速率可以表示为

$$R_k = \log_2 \left\{ 1 + \frac{\frac{N_{\text{RF}}^2 \rho \alpha_k}{u^2 + \delta^2} \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} u^2 + \sqrt{\eta_k} \delta^2 \right)^2}{1 + \frac{N_{\text{RF}} \rho \alpha_k}{u^2 + \delta^2} u^2 \delta^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2 + N_{\text{RF}} \rho \alpha_k \delta^2 \sum_{i=1}^K \eta_i} \right\}.$$

利用 $\sum_{i=1}^K \eta_i = 1$ 得到

$$R_k = \log_2 \left\{ 1 + \frac{\frac{N_{\text{RF}}^2 \rho \alpha_k}{u^2 + \delta^2} \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} u^2 + \sqrt{\eta_k} \delta^2 \right)^2}{1 + \frac{N_{\text{RF}} \rho \alpha_k}{u^2 + \delta^2} u^2 \delta^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2 + N_{\text{RF}} \rho \alpha_k \delta^2} \right\}. \tag{D.31}$$

比较 $\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} u^2$ 和 $\sqrt{\eta_k} \delta^2$ 可得

$$\frac{\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} u^2}{\sqrt{\eta_k} \delta^2} = \frac{L \tilde{u}_0}{1 - \tilde{u}_0} \left(1 + \sum_{i \neq k}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{\eta_k}} \right)^2. \tag{D.32}$$

这表明 $\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} u^2$ 要远远大于 $\sqrt{\eta_k} \delta^2$ ，原因是 L 和 K 一般情况下都比较大。

因此，忽略掉(D.31)中的 $\sqrt{\eta_k} \delta^2$ 即可得到以下近似结果

$$R_k \approx \log_2 \left\{ 1 + \frac{\frac{N_{\text{RF}}^2 \rho \alpha_k}{u^2 + \delta^2} u^4 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2}{1 + \frac{N_{\text{RF}} \rho \alpha_k}{u^2 + \delta^2} u^2 \delta^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2 + N_{\text{RF}} \rho \alpha_k \delta^2} \right\}.$$

接下来，考虑功率控制问题

$$\begin{aligned} & \max_{\{\eta_i\}} \min_{i=1, \dots, K} R_i, \\ & \text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^K \eta_i = 1, \eta_i \geq 0, i = 1, \dots, K. \end{aligned} \quad (\text{D.33})$$

根据(D.33)，可以观察到

$$\min_{i=1, \dots, K} R_i = R_{i^*}, i^* = \arg \min_{i=1, \dots, K} \alpha_i. \quad (\text{D.34})$$

因此，上述优化问题可以转化为

$$\begin{aligned} & \max_{\{\eta_i\}} \log_2 \left\{ 1 + \frac{\frac{N_{\text{RF}}^2 \rho \alpha}{u^2 + \delta^2} u^4 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2}{1 + \frac{N_{\text{RF}} \rho \alpha}{u^2 + \delta^2} u^2 \delta^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2 + N_{\text{RF}} \rho \alpha \delta^2} \right\}, \\ & \text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^K \eta_i = 1, \eta_i \geq 0, i = 1, \dots, K, \end{aligned} \quad (\text{D.35})$$

其中 $\alpha \triangleq \min_{k=1, \dots, K} \alpha_k$ 。

由于目标函数是关于 $\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i}$ 的递增函数，所以优化问题可以等价于

$$\begin{aligned} & \max_{\{\eta_i\}} \sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i}, \\ & \text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^K \eta_i = 1, \eta_i \geq 0, i = 1, \dots, K. \end{aligned} \quad (\text{D.36})$$

令 $x_i \triangleq \sqrt{\eta_i}$ ，得到一个凸的问题

$$\begin{aligned} & \max_{\{x_i\}} \sum_{i=1}^K x_i, \\ & \text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^K x_i^2 = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, K. \end{aligned} \quad (\text{D.37})$$

利用KKT条件，即可得到最优功率分配系数 $\eta_i = \frac{1}{K}, i = 1, \dots, K$ 。最后，将最优功率分配系数代入(D.35)的目标函数，即可完成证明。

D.5 定理7.3的证明

根据定理7.1得到

$$R_k \Big|_{N_{\text{RF}} \rightarrow \infty} = \log_2 \left(1 + \frac{N_{\text{RF}} \left\{ \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} u_{p,k} u_{p,i} + \sqrt{\frac{\eta_k}{u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2}} \delta_{p,k}^2 \right\}^2}{\alpha_k \delta^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i u_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \right)^2 + \alpha_k (u^2 + \delta^2) \sum_{i=1}^K \frac{\eta_i \delta_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \right).$$

重申 $u_{p,k} = \sqrt{\alpha_k} u$, 上述等式可以表示为

$$R_k \Big|_{N_{\text{RF}} \rightarrow \infty} = \log_2 \left(1 + \frac{N_{\text{RF}} \left\{ \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i u_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} u + \sqrt{\frac{\eta_k \delta_{p,k}^4}{\alpha_k (u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2)}} \right\}^2}{\delta^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i u_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \right)^2 + (u^2 + \delta^2) \sum_{i=1}^K \frac{\eta_i \delta_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \right).$$

接下来, 解决功率控制问题

$$\begin{aligned} \max_{\{\eta_i\}} \quad & \min_{k=1, \dots, K} R_k \Big|_{N_{\text{RF}} \rightarrow \infty}, \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{i=1}^K \eta_i = 1, \eta_i \geq 0, i = 1, \dots, K. \end{aligned} \quad (\text{D.38})$$

上式等价于

$$\begin{aligned} \max_{\{\eta_i\}} \quad & \min_{k=1, \dots, K} \text{SINR}_k, \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{i=1}^K \eta_i = 1, \eta_i \geq 0, i = 1, \dots, K, \end{aligned} \quad (\text{D.39})$$

其中

$$\text{SINR}_k = \frac{N_{\text{RF}} \left\{ \sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i u_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} u + \sqrt{\frac{\eta_k \delta_{p,k}^4}{\alpha_k (u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2)}} \right\}^2}{\delta^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\frac{\eta_i u_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}} \right)^2 + (u^2 + \delta^2) \sum_{i=1}^K \frac{\eta_i \delta_{p,i}^2}{u_{p,i}^2 + \delta_{p,i}^2}}. \quad (\text{D.40})$$

代入最优功率控制系数可得

$$\text{SINR}_1 = \dots = \text{SINR}_k = \dots = \text{SINR}_K. \quad (\text{D.41})$$

上式可以进一步简化为

$$\begin{aligned} \frac{\eta_1 \delta_{p,1}^4}{\alpha_1 (u_{p,1}^2 + \delta_{p,1}^2)} &= \dots = \frac{\eta_k \delta_{p,k}^4}{\alpha_k (u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2)} \\ &= \dots = \frac{\eta_K \delta_{p,K}^4}{\alpha_K (u_{p,K}^2 + \delta_{p,K}^2)}. \end{aligned} \quad (\text{D.42})$$

利用(D.42)和 $\sum_{k=1}^K \eta_k = 1$, 得到最优功率控制系数

$$\eta_k = \frac{\alpha_k (u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2)}{\phi \delta_{p,k}^4}, \quad \phi = \sum_{k=1}^K \frac{\alpha_k (u_{p,k}^2 + \delta_{p,k}^2)}{\delta_{p,k}^4}. \quad (\text{D.43})$$

之后, 将(D.43)代入(D.38)得到

$$R = \log_2 \left(1 + \frac{N_{\text{RF}} \left(u \sum_{i=1}^K \frac{\sqrt{\alpha_i} u_{p,i}}{\delta_{p,i}^2} + 1 \right)^2}{\delta^2 \left(\sum_{i=1}^K \frac{\sqrt{\alpha_i} u_{p,i}}{\delta_{p,i}^2} \right)^2 + (u^2 + \delta^2) \sum_{i=1}^K \frac{\alpha_i}{\delta_{p,i}^2}} \right). \quad (\text{D.44})$$

最后, 将命题7.3给出的结果代入(D.44), 即可完成定理7.3的证明。

D.6 定理7.4的证明

随着 $L \rightarrow \infty$, $\delta^2 = L\beta^2(1 - \tilde{u}_0^2) \rightarrow \infty$ 。之后, 利用命题7.3给出的结果得到

$$\delta_{p,i}^2 = \alpha_i \delta^2 \frac{\tau_p \rho_p \alpha_k}{\frac{1}{\delta^2} + \tau_p \rho_p \alpha_i \delta^2} \approx \alpha_i \delta^2. \quad (\text{D.45})$$

利用上述等式以及 $u_{p,i} = \sqrt{\alpha_i} u$ 得到

$$R_k = \log_2 \left\{ 1 + \frac{\frac{N_{\text{RF}}^2 \rho_p \alpha_k}{u^2 + \delta^2} \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} u^2 + \sqrt{\eta_k} \delta^2 \right)^2}{1 + \frac{N_{\text{RF}} \rho_p \alpha_k}{u^2 + \delta^2} u^2 \delta^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2 + N_{\text{RF}} \rho_p \alpha_k \delta^2} \right\}. \quad (\text{D.46})$$

将 $u = L\beta\tilde{u}_0$ 和 $\delta^2 = L\beta^2 - L\beta\tilde{u}_0^2$ 代入(D.46), 经过一些的计算得到

$$R_k = \log_2 \left\{ 1 + \frac{N_{\text{RF}} \beta^2 L \left\{ \sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \tilde{u}_0^2 L + \sqrt{\eta_k} (1 - \tilde{u}_0^2) \right\}^2}{\beta^2 \tilde{u}_0^2 \left\{ \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2 + 1 \right\} (1 - \tilde{u}_0^2) L^2 + \beta^2 (1 - \tilde{u}_0^2)^2 L + \frac{\beta \tilde{u}_0^2 + 1 - \tilde{u}_0^2}{N_{\text{RF}} \alpha_k \rho}} \right\}. \quad (\text{D.47})$$

忽略不随 L^2 缩放的小项, 上面的等式可以简化为

$$R_k = \log_2 \left\{ 1 + \frac{N_{\text{RF}} L \tilde{u}_0^2 \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2}{(1 - \tilde{u}_0^2) \left\{ \left(\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i} \right)^2 + 1 \right\}} \right\}. \quad (\text{D.48})$$

这是一个关于 $\sum_{i=1}^K \sqrt{\eta_i}$ 递增的函数。之后, 采用和定理7.2的证明类似的方法, 得到最优的功率控制系数 $\eta_k = \frac{1}{K}, k = 1, \dots, K$ 。

最后, 将这些最优功率控制系数代入(D.48), 定理7.4即可得证。

攻读博士学位期间主要研究成果及参与的科研项目

参与的科研项目：

1. 国家自然科学基金优秀青年基金 (No. 61922071): “多天线协同传输理论与方法”, 2020.01–2022.12
2. 国家科技重大专项 (No. 2017ZX03001002-003): “增强移动宽带5G关键技术验证系统概念样机研发”, 2017.01–2018.12
3. 国家重点研发计划项目子课题 (No. 2019YFB1803403): “资源约束下环境自适应智能调制传输”, 2020.01–2023.12
4. 国家自然科学基金两化基金 (No. 2017ZX03001002): “工业CPS中异构业务的大规模密集接入关键问题研究”, 2018.01–2021.12

参与的留学项目：

- 2019.09–2020.09, 受国家留学基金委 (CSC) 资助, 赴新加坡国立大学 (National University of Singapore) 进行为期一年的学术交流。

已发表的期刊论文：

1. **Xiaoling Hu**, Caijun Zhong, Xiaoming Chen, and Zhaoyang Zhang, “Programmable metasurface-based multicast systems: Design and analysis,” **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, vol. 38, no. 8, pp. 1763-1776, Aug. 2020. (正文第七章)
2. **Xiaoling Hu**, Caijun Zhong, Xiaoming Chen, Weiqiang Xu, and Zhaoyang Zhang, “Cluster grouping and power control for angle-domain mmWave MIMO NOMA systems,” **IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing**, vol. 13, no. 5, pp. 1167-1180, Sept. 2019.

3. **Xiaoling Hu**, Caijun Zhong, Yu Zhang, Xiaoming Chen, and Zhaoyang Zhang, “Location information aided multiple intelligent reflecting surface systems,” **IEEE Transactions on Communications**, vol. 68, no. 12, pp. 7948-7962, Dec.2020. (正文第六章)
4. **Xiaoling Hu**, Caijun Zhong, and Zhaoyang Zhang, “Angle-domain intelligent reflecting surface systems: Design and analysis,” Accepted by **IEEE Transactions on Communications**, Jan. 2021. (正文第四章)
5. **Xiaoling Hu**, Caijun Zhong, Xiaoming Chen, Weiqiang Xu, Hai Lin, and Zhaoyang Zhang, “Cell-free massive MIMO systems with low resolution ADCs,” **IEEE Transactions on Communications**, vol. 67, no. 10, pp. 6844-6857, Oct. 2019.
6. **Xiaoling Hu**, Caijun Zhong, Mohamed-Slim Alouini, and Zhaoyang Zhang, “Robust design for IRS-aided communication systems with user location uncertainty,” **IEEE Wireless Communications Letters**, vol. 10, no. 1, pp. 63-67, Jan. 2021. (正文第五章)
7. **Xiaoling Hu**, Junwei Wang, and Caijun Zhong, “Statistical CSI based design for intelligent reflecting surface assisted MISO systems ,” **Science China Information Sciences** , vol. 63, no. 12, Oct. 2020. (正文第三章)
8. Caijun Zhong, **Xiaoling Hu**, Xiaoming Chen, Derrick Wing Kwan Ng, and Zhaoyang Zhang, “Spatial modulation assisted multi-antenna non-orthogonal multiple access,” **IEEE Wireless Communications**, vol. 25, no. 2, pp. 61-67, April 2018.

已发表的会议论文：

1. **Xiaoling Hu**, Feifei Gao, Caijun Zhong, Xiaoming Chen, Yu Zhang, and Zhaoyang Zhang, “An Angle Domain Design Framework for Intelligent Reflecting Surface Systems,” **IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)**, Taipei, Taiwan, 2020, pp. 1-6. (Best Paper Award)
2. **Xiaoling Hu**, Caijun Zhong, Yu Han, Xiaoming Chen, Junhui Zhao, and Zhaoyang Zhang, “Angle-domain mmWave MIMO NOMA systems: Analysis and design,” **IEEE International Conference on Communications (ICC)**, Shanghai, China, 2019, pp. 1-6. (Best Paper Award)

3. **Xiaoling Hu**, Feifei Gao, Caijun Zhong, Yu Zhang, Xiaoming Chen, and Zhaoyang Zhang, “Location Information Aided Multiple Intelligent Reflecting Surface Systems,” **IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)**, Taipei, Taiwan, 2020, pp. 1-6.
4. **Xiaoling Hu**, Caijun Zhong, Xiaoming Chen, Weiqiang Xu, and Zhaoyang Zhang, “Rate analysis and ADC bits allocation for cell-free massive MIMO systems with low resolution ADCs,” **IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)**, Abu Dhabi, United Arab Emirates, 2018, pp. 1-6.
5. **Xiaoling Hu**, Caijun Zhong, Yongxu Zhu, Xiaoming Chen, and Zhaoyang Zhang, “Programmable Metasurface Transmitter Aided Multicast Systems,” **IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)**, Seoul, Korea (South), 2020, pp. 1-6.

已提交的期刊论文:

1. **Xiaoling Hu**, Rui Zhang, and Caijun Zhong, “Semi-Passive Elements Assisted Channel Estimation for Intelligent Reflecting Surface-Aided Communications,” submit to **IEEE Transactions on Wireless Communications** (Major Revision), Jan. 2021. (正文第二章)

已授权的发明专利:

1. 胡小玲, 钟财军, 陈晓明, 张朝阳, “一种基于空间调制的多天线系统的下行非正交多接入方法”, 专利号: ZL201710166366.X, 2018.09
2. 钟财军, 胡小玲, 陈晓明, 张朝阳, “基于角度域毫米波非正交多址接入系统的用户簇分组方法及应用”, 专利号: 201910487391.7, 2020.12
3. 钟财军, 胡小玲, 陈晓明, 张朝阳, “基于角度域毫米波非正交多址接入系统的功率分配方法”, 专利号: 201910486711.7, 2021.01

已受理的发明专利:

1. 钟财军, 胡小玲, “一种基于位置信息的多智能反射面系统的波束赋形设计方法”, 专利号: 202010692409. X, 2020.07
2. 钟财军, 胡小玲, “一种半无源反射元协助的智能反射面系统的信道估计方法”, 专利号: 202110036638.0, 2021.01